بخش پنجم:

تبدیل لاپلاس و معکوس آن

برای محاسبه ی لاپلاس یک عبارت از دستور laplace استفاده می کنیم.

مثال 1.

$f(t) = \sin(t)$

```
>> syms t
>> f = sin(t)
>> laplace(f)

ans =
     1/(s^2+1)
```

مثال 2.

$f(t) = e^t \cos(t)$

```
>> syms t
>> f = exp(t)*cos(t)
>> laplace(t)

ans =
```

```
(s-1)/((s-1)^2+1)
```

تمرین

1. تبدیل لاپلاس عبارت $f(t)=\sin(2t)\cos(4t)$ را بیابید.
2. تبدیل لاپلاس عبارت $f(t)=t\sin(t)$ را بیابید.

برای محاسبه ی لاپلاس معکوس یک عبارت از دستور `ilaplace` استفاده می کنیم.

مثال 2.

$$F(s)=\frac{2}{s^3}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^3)
>> ilaplace(f)

ans =
     1/2*t^2
```

مثال 1.

$$F(s)=\frac{2}{s^2+4}$$

```
>> syms s
>> f = 2/(s^2+4)
```

```
>> ilaplace(f)

ans=
    1/2*4^(1/2)*sin(4^(1/2)*t
```

برای ساده کردن پاسخ نهایی از دستور simplify استفاده می کنیم.

توابع پله واحد و ضربه واحد به ترتیب با Heaviside و Dirac معرفی می شوند.

تمرین

معکوس لاپلاس عبارت $\frac{1}{s+5}$ را بیابید.

بسط به کسرهای جزئی

برای پارامترهای r، p و y در رابطه ی زیر از دستور residue استفاده می شود:

در صورت عدم وجود ریشه ی تکراری در مخرج: $\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{r_1}{x-p_1} + \frac{r_2}{x-p_2} + \ldots + \frac{r_n}{x-p_n} + y(s)$

در صورت وجود ریشه ی تکراری در مخرج: $\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{r_1}{(x-p)} + \frac{r_2}{(x-p)^2} + \ldots + \frac{r_n}{(x-p)^n} + y(s)$

مثال 1.

عبارت $V(s)=\frac{2}{s^3+12s+36s}$ را به کسرهای جزئی بسط دهید.

$$\frac{2}{s^3+12s+36s}=\frac{-0.0556}{(s+6)}+\frac{-0.3333}{(s+6)^2}+\frac{0.0556}{s}$$

```
>> syms s
>> N = [2]
>> D = [1 12 36 0]
>> [r p y] = residue(N,D)

r =              p =              y =

   -0.0556          -6               []
   -0.3333          -6
    0.0556           0
```

تمرین

کسر $F(s)=\frac{s+2}{s^2(s^2+4)}$ را بسط دهید و عکس لاپلاس آن را بدست آورید. (صفحه 401 – تمرین 35)

حل دستگاه های جبری با متغیر نمادین

دستگاه زیر را که از حل یک مدار در حوزه ی لاپلاس بدست آمده است در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} (3s+10)I_1 - 10I_2 = \dfrac{4}{s+2} \\ -10I_1 + (4s+10)I_2 = \dfrac{-2}{s+1} \end{cases}$$

بدلیل اینکه متغیر ها پارامتری می باشند نمی توانیم از روش ارائه شده در بخش سوم برای حل این دستگاه استفاده کنیم و باید دو متغیر رشته ای تعریف کنیم:

```
>> eq1 = '(3*s+10)*I1-10*I2=4/(s+2)'
>> eq2 = '-10*I1+(4*s+10)*I2=-2/(s+1)'
```

برای حل دستگاه تعریف شده از دستور solve استفاده می کنیم:

```
>> solution = solve(eq1,eq2,'I1','I2')
```

مطلب حاصل را در یک structure ذخیره می کند که برای دسترسی به این ساختار از روشی شبیه به گرامر زبان C استفاده می کنیم:

```
>> I1 = solution.I1
>> I2 = solution.I2
```

و در نهایت لاپلاس معکوس I1 و I2 را می یابیم:

```
>> i1 = ilaplace(I1)
   i1 =
```

```
10/29*exp(-t)-172/667*exp(-35/6*t)-2/23*exp(-2*t)

>> i2 = ilaplace(I2)
   i2 =

129/667*exp(-35/6*t)-10/23*exp(-2*t)+7/29*exp(-t)
```

تمرین

در مدار زیر پاسخ حوزه ی زمان i_1 و i_2 را بیابید.