بخش چهارم:

مشتق، حد، انتگرال و حل معادلات دیفرانسیل

محاسبه ی مشتق

فرم کلی دستور بدین صورت است:

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> diff(f, متغیر مشتق, مرتبه ی مشتق)
```

✍ syms از واژه ی Symbol به معنای نمادین گرفته شده است و در خط اول، این دستور یک متغیر نمادین تعریف می کند. (و نه متغیر عددی)

مثال 1:

```
>> syms x
>> f = sin(x)
>> diff(f,x,1)

ans =
     cos(x)
```

مثال 2:

```
>> syms x
>> f = x*exp(x)
>> diff(f,x,5)

ans =
     5*exp(x)+x*exp(x)
```

مثال 3:

```
>> syms x
>> f =
>> diff(f,x,2)

ans =
     -1-cos(x)^2/sin(x)^2
```

تمرین

مشتق توابع زیر را بدست آورید.

1. $f(x)=\log(\sin(x)\sqrt{x+1})$ (مشتق دوم)
2. $f(x)=e^{x}(\sin(5x)+3\cos(2x))$ (مشتق اول و سوم)

محاسبه ی حد

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> limit(f,x,a)
```

$\equiv \lim_{x\to a} f(x)$

مثال 1

```
>> syms x
>> f = (1+1/x)^x
>> limit(f,x,inf)

ans =
     exp(1)
```

مثال 2

```
>> syms x
>> f = (2*x^2+1)/(x^2-1)
>> limit(f,x,inf)

ans =
     2
```

تمرین

حدود زیر را محاسبه کنید.

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x}$

2. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{|x|-2}$

محاسبه ی انتگرال

```
>> syms x
>> f = تابع مورد نظر
>> int(f,x)
```

$\equiv \int f(x)dx$

✓ برای محاسبه ی انتگرال معین از دستور زیر استفاده می کنیم:

```
>> int(f,x,a,b)
```

$\equiv \int_a^b f(x)dx$

مثال 1:

```
>> syms x
>> f=sin(x)*x
>> int(f,x)

ans =
     sin(x)-x*cos(x)
```

مثال 2:

```
>> syms x
>>f = exp(x)*(sin(x)+cos(x))
>> int(f,x)

ans =
     -exp(-x)*cos(x)
```

مثال 3:

```
>> syms x
>> f = sin(sqrt(x));
>> int(f,x,-2*pi,2*pi)

ans = ?!
```

تمرین

انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

1. . $\int x\tan(x)dx$

2. $\int_{0}^{2\pi}\cos(x)\cos(2x)dx$

3. $\int_{0}^{2\pi}\sin(x)\exp(x)dx$

کدامیک از توابع بالا متعامد هستند؟ (راهنمایی: توابع متعامد توابعی هستند که انتگرال حاصلضرب شان روی یک بازه صفر شود. نکته ی جالب: تبدیل پرکاربرد فوریه: $F(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)e^{-j\omega t}dt$ که به زبان ساده به معنی استخراج مولفه های سینوسی از یک سیگنال می باشد، از همین خاصیت کلیدی استفاده می کند.)

✓ برای محاسبه ی مجموع یک دنباله از دستور روبرو استفاده می کنیم:

$\sum_{n=a}^{b} f(n)$ ≡ `symsum(f,n,a,b)`

✓ برای محاسبه ی سری تیلور از دستور روبرو استفاده می کنیم: `taylor(f,b,a)`

⮱ یاد آوری: سری تیلور بسط هر تابع را حول نقطه ی a بدست می دهد:

$$\sum_{n=0}^{b}(x-a)^{n}\frac{f^{n}(a)}{n!}$$

⮱ در دستور بالا اگر a را بکار نبریم سری مک لوران محاسبه می شود.

⮱ با اجرای دستور `>> taylortool` یک محیط گرافیکی برای محاسبه ی سری تیلور فراخوانی می شود.

حل معادلات دیفرانسیل

```
>> dsolve('Dامny = 'تابع بر حسب متغیر ها' , 'شرایط اولیه' )
```

مثال 1: حل معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dx}=1+y^{2}$ با شرایط اولیه ی $y(0)=1$:

```
>> dsolve('Dy=1+y^2','y(0)=1')
ans =
     tan(t+1/4*pi)
```

مثال 2: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^{2}y}{d^{2}x}=\cos(2x)-y$ با شرایط اولیه ی $y(0)=1$ و $\frac{dy(0)}{dx}=0$:

```
>> dsolve('D2y = cos(2*x)-y','y(0)=1','Dy(0)=0','x')
```

```
ans =
    (1/2*sin(x)+1/6*sin(3*x))*sin(x)+(1/6*cos(3*x)-
    1/2*cos(x))*cos(x)+4/3*cos(x)

>> simplify(ans)

ans =
    -2/3*cos(x)^2+4/3*cos(x)+1/3
```

- چون مشتق بر حسب x است آن را به عنوان آخرین آرگومان در نظر می گیریم.
- دستور Simplify برای ساده کردن عبارت حاصل به کار می رود.

مثال3: حل معادله دیفرانسیل $\frac{d^3y}{d^3x}=y$ با شرایط اولیه ی $y(0)=0$ ، $\frac{dy(0)}{dx}=-1$ و $\frac{d^2y(0)}{d^2x}=\pi$:

```
>>  dsolve('D3y=y','y(0)','Dy(0)=-1','D2y(0)=pi')

ans =
    (-1/3+1/3*pi)*exp(t)-1/3*(1+pi)*3^(1/2)*exp(-
1/2*t)*sin(1/2*3^(1/2)*t)+(1/3-1/3*pi)*exp(-
1/2*t)*cos(1/2*3^(1/2)*t)
```