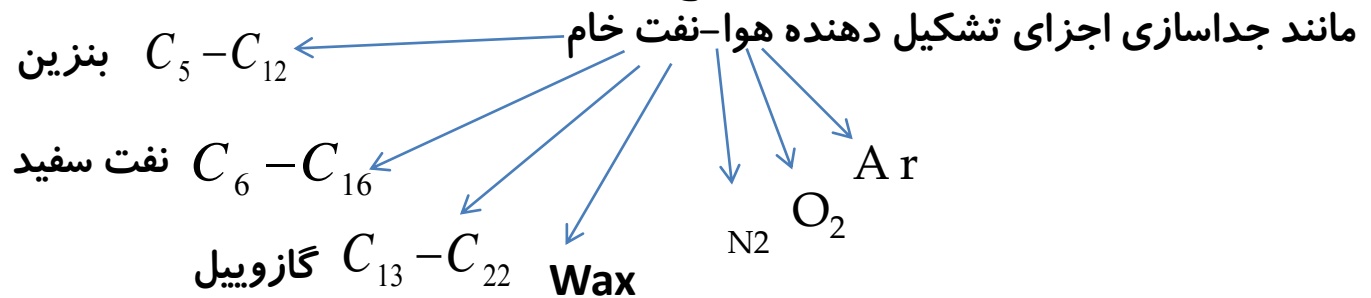


## □ کاربرد های انتقال جرم

انتقال جرم انتقال ماده از یک فاز همگن به فاز دوم است. نیروی محرکه انتقال جرم اختلاف غلظت (پتانسیل شیمیایی) است. عملیات انتقال جرم شامل: تقطیر، جذب گاز، رطوبت زدایی، جذب سطحی، استخراج [ مایع-مایع جامد-مایع ] تبلور (کریستالیزاسیون) جداسازی توسط غشاء و ... می شود.

❖ تقطیر: در تقطیر اجزای یک مخلوط مایع از طریق تبخیر به صورت چند جزء یا گروه از هم جدا می شوند.



❖ جذب گاز: برای جداسازی یک یا چند گونه از مخلوط گازی از فرآیند جذب استفاده می شود. از یک حلال که جاذب یکی از گازها است و سایر گونه ها در آن حل نمی شوند استفاده می شود مثلاً جداسازی آمونیاک از هوا با استفاده از آب

Absorption

Adsorption جذب سطحی

❖ دفع گاز: Desorption

وقتی یک حل شونده از فاز مایع به فاز گاز می رود ← خارج کردن CO<sub>2</sub> جذب شده توسط آمین

➤ **رطوبت زدایی:** مایع خالص از یک گاز غیر قابل کندانس جدا می شود جداسازی آب از هوا  $\text{CCl}_4$  از جریان  $\text{N}_2$

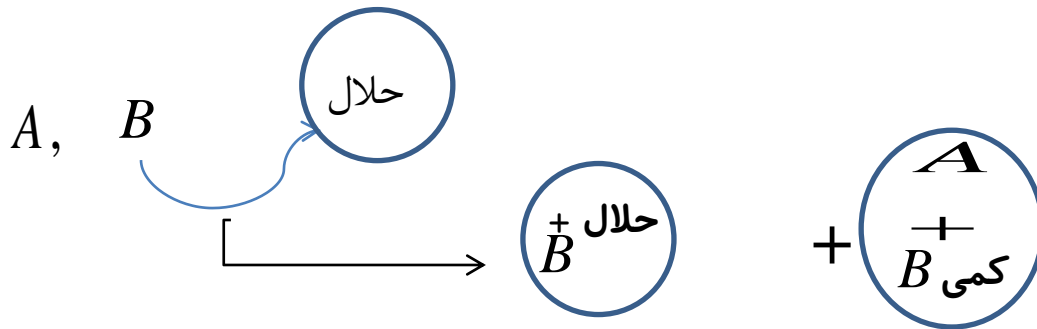
➤ **خشک کردن جامدات:** با عبور هوای داغ (یا گاز داغ) از روی ذرات جامد حلال را از جامد جدا می کنند.

➤ **جداسازی غشایی:** فرآیند اسمز معکوس یا کلا فرآیند های فیلتراسیون با غشا (اولترا فیلتراسیون) در این فرآیند یک جزء از مخلوط مایع یا گاز جدا می شود. یک جزء تراواست [ نیروی محرکه اختلاف در فشار جزیی  $\propto$  غلظت ]

➤ **جذب سطحی Adsorption:** یک جاذب یک گونه را جذب کرده و آن را از مخلوط جدا می کند. جاذب تمایل به جذب گونه ای خاص دارد.

➤ **استخراج مایع-مایع:** یک مخلوط دو جزیی با حلال خالص تماس می یابد یک جزء در حلال حل شده و جداسازی انجام می شود.

➤ **استخراج از جامد**



محاسبات در عملیات واحد بر اساس موازنه ماده و انرژی، روابط تعادلی و روابط انتقال جرم و انتقال حرارت است.

روابط غلظت: از کسر مولی و جرمی در اکثر موارد استفاده می شود.

$$C_i = \rho X_i$$

$C_i$  غلظت جزء  $i$  ام

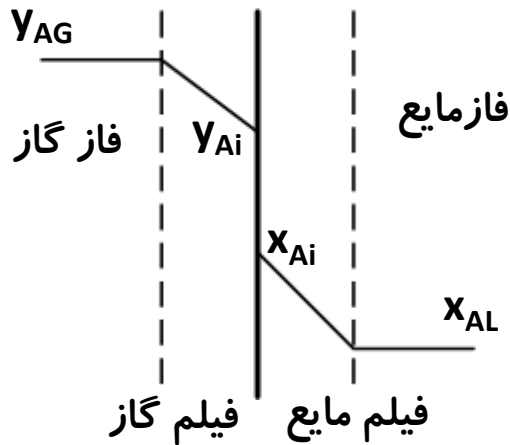
$X_i$  کسر مولی یا جرمی جزء  $i$  ام

$\rho$  چگالی یا دانسیته جرمی یا مولی مخلوط

## □ انتقال جرم بین دو فاز - تئوری دو فیلم یا دو مقاومتی

در بسیاری از واحدهای انتقال جرم در صنعت تماس دو فاز غیرقابل امتزاج (تقطیر-جذب گاز-استخراج) بیشترین کاربرد را دارد. در این پدیده جزء انتقالی ابتدا خود را به فصل مشترک دو فاز رسانده سپس وارد فاز دوم می شود. فرایند انتقال جرم تا رسیدن دو فاز به تعادل (برابری پتانسیل شیمیایی دو فاز) ادامه می یابد. برای مثال جذب آمونیاک موجود در هوا توسط آب در یک برج جذب دیواره مرطوب را در نظر بگیرید. در یک موضع خاص از برج غلظت آمونیاک در توده گاز را  $y_{AG}$  و در توده مایع  $x_{AL}$  فرض می کنیم. طبق تئوری دو فیلم مقاومت در برابر انتقال جرم در فاز گازی و مایع در لایه نازکی از هر یک از فازها قرار دارد

فصل مشترک دو فاز



مقادیر  $x_{Ai}$  و  $y_{Ai}$  غلظتهای جزء منتقل شونده در فصل مشترک دو فاز گاز و مایع می باشند که در حال تعادل هستند که از رابطه هنری یا راتول محاسبه میشوند اگر انتقال جرم از فاز گاز به مایع انجام شود:

$$N_A = k_y (y_{AG} - y_{Ai})$$

$k_y$  ضریب انتقال جرم فیلم گاز

$$N_A = k_x (x_{Ai} - x_{AL})$$

$k_x$  ضریب انتقال جرم فیلم مایع

$$k_x (x_{Ai} - x_{AL}) = k_y (y_{AG} - y_{Ai})$$

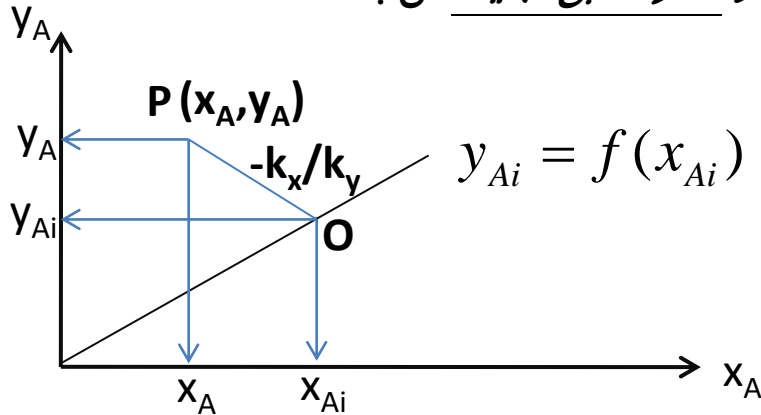
در حالت پایا:

$$\frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{AL} - x_{Ai}} = -\frac{k_x}{k_y} \quad \frac{\text{ضریب انتقال جرم فیلم مایع}}{\text{نیروی محرکه فیلم گاز}} = \frac{\text{ضریب انتقال جرم فیلم گاز}}{\text{نیروی محرکه فیلم مایع}}$$

نقطه p را که به دور از تعادل است را در نظر می گیریم . ارتباط بین  $x, y$  مشخص نیست. لذا برای تعیین آن به دو درجه آزادی نیاز است. از نقطه p خطی به منحنی تعادل رسم می کنیم و محل برخورد را O می نامیم. نقطه O دارای یک درجه آزادی است. بعارتی برای تعیین آن فقط نیاز به یک کمیت است.

op معادله خط  $N_A = k_y (y_A - y_{Ai}) = k_x (x_{Ai} - x_A)$  شیب خط  $\frac{y_A - y_{Ai}}{x_A - x_{Ai}} = -\frac{k_x}{k_y}$

نقطه p یک نقطه در خارج از منحنی است که به دور از تعادل است. بنابراین در آن انتقال جرم از فاز گاز به مایع صورت می گیرد. اگر شیب خط OP معلوم باشد می توان میزان شار بین O و P را به دست آورد. به خط OP خط سرعت انتقال یا خط عملیاتی (Operating line) گویند که شیب آن از صفر تا بی نهایت می باشد.



$m=0$  یعنی انتقال جرمی در فاز گاز وجود ندارد.  $y_A = y_{Ai}$

$m = \infty$  یعنی انتقال جرم در فاز مایع وجود ندارد.  $x_A = x_{Ai}$

### ❖ محاسبه غلظت ها در فصل مشترک

۱- استفاده از منحنی تعادل  $y_i = f(x_i)$

۲- استفاده از قانون راتولت برای محلولهای ایده آل

$$y_{Ai} P_t = x_{Ai} P_A^*$$

$$p_A = Hx_A \Rightarrow \frac{p_A}{P_t} = \frac{H}{P_t} x_A \Rightarrow y_{Ai} = \frac{H}{P_t} x_{Ai}$$

استفاده از قانون هنری برای محلولهای رقیق

## □ ضریب جمعی انتقال جرم

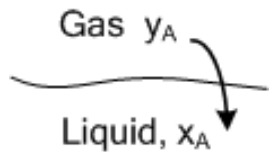
اندازه گیری غلظتها در فصل مشترک به علت وجود گرادیان غلظت بالا غیرممکن است لذا استفاده از روابط ذکر شده قبلی برای محاسبه شار مشکل می باشد. برای حل این مشکل رابطه شار انتقال جرم بصورت زیر تعریف می شود.

$x_A^*$  غلظت جز A در فاز مایع است که با غلظت جز A در فاز گاز  $y_A$  در حال تعادل می باشد.

$y_A^*$  غلظت جز A در فاز گاز است که با غلظت جز A در توده مایع  $x_A$  در حال تعادل است.

$$N_A = K_y (y_A - y_A^*) \quad N_A = K_x (x_A^* - x_A)$$

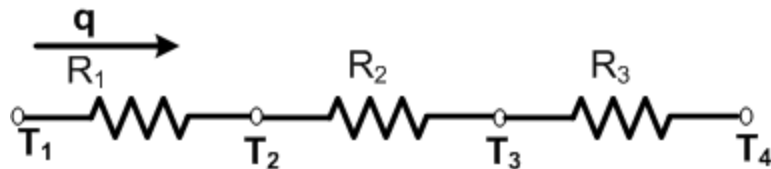
$$q = U(T_4 - T_1)$$



چرا ضریب جمعی انتقال جرم به این صورت تعریف شد؟

برای پاسخ به این سوال سیستم زیر را در نظر بگیرید. هدف انتقال جرم A از فاز گاز به مایع است بنابراین در ابتدا تصور می شود که مشابه انتقال حرارت شار مولی متناسب با اختلاف غلظت A در

دو فاز بصورت  $(y_A - x_A)$  باشد. یعنی همانطور که در انتقال حرارت ضریب انتقال حرارت کل



$$q = U(T_4 - T_1)$$

بفرم زیر تعریف می شود.

اما تفاوت در این است که در اینجا (انتقال جرم) نیروی محرکه انتقال جرم به علت اختلاف پتانسیل شیمیایی (گرادیان پتانسیل شیمیایی) است و این دو غلظت  $(x_A, y_A)$  رابطه یکسانی با پتانسیل شیمیایی ندارند بعبارتی از یک جنس نیستند بنابراین باید آنها را به جنس معادل خود در یک فاز تبدیل نماییم.

معادل  $x_A$  در فاز بخار  $y_A^*$  است بنابراین اختلاف غلظت (گرادیان غلظت) برای فاز گاز به فرم  $(y_A - y_A^*)$  نوشته می شود.

به همین ترتیب برای فاز مایع رابطه به فرم  $(x_A^* - x_A)$  نوشته شده که  $x_A^*$  معادل با  $y_A$  در فاز مایع است.

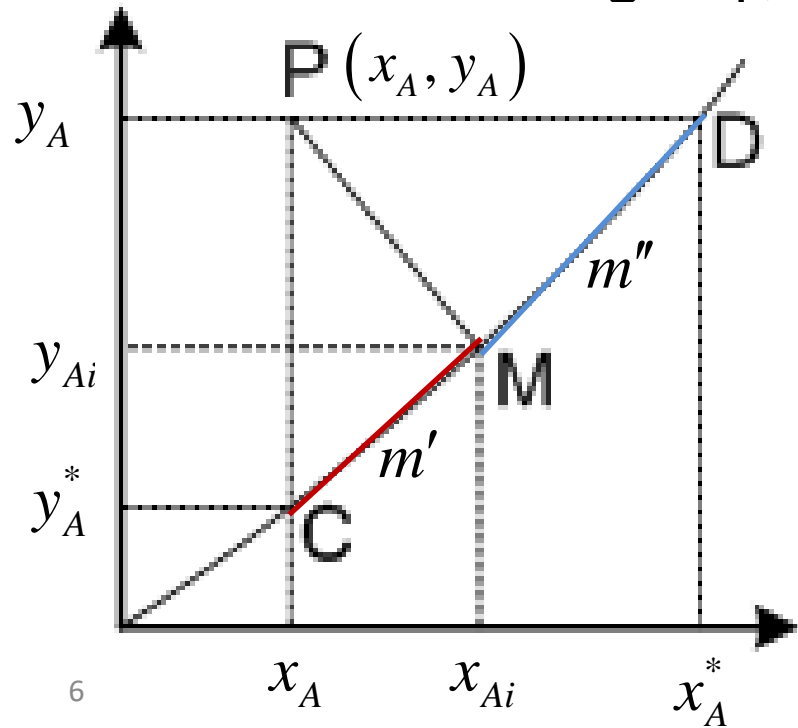
$$N_A = K_y (y_A - y_A^*)$$

$K_x$  ضریب انتقال جرم کل نسبت به فاز مایع

$$N_A = K_x (x_A^* - x_A)$$

$K_y$  ضریب انتقال جرم کل نسبت به فاز گاز

**\* رابطه ضرایب انتقال جرم کل با ضرایب انتقال جرم محلی**



$$y_A - y_A^* = (y_A - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*)$$

$$m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{x_{Ai} - x_A}$$

$$y_A - y_A^* = (y_A - y_{Ai}) + m'(x_{Ai} - x_A)$$

$$N_A = k_y (y_A - y_{Ai}) \Rightarrow y_A - y_{Ai} = \frac{N_A}{k_y}$$

$$N_A = k_x (x_{Ai} - x_A) \Rightarrow x_{Ai} - x_A = \frac{N_A}{k_x}$$

$$N_A = K_y (y_A - y_A^*) \Rightarrow y_A - y_A^* = \frac{N_A}{K_y}$$



$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + m' \frac{N_A}{k_x}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m'' k_y} + \frac{1}{k_x}$$

اگر رابطه تعادلی یا منحنی تعادل خطی باشد  $m' = m''$

مقاومت کلی انتقال جرم بر مبنای فاز گاز  
مقاومت فیلم گاز  
مقاومت فیلم مایع

با توجه به مقادیر هریک از مقاومت می توان گفت که کدام یک از فازها (مایع یا گاز) کنترل کننده انتقال جرم می باشند

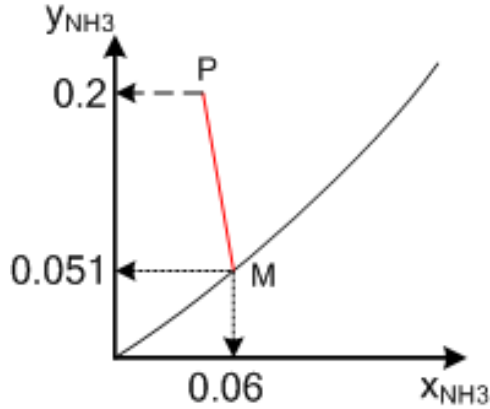
مقاومت فاز گاز کنترل کننده انتقال جرم است

$\frac{1}{k_y}$  مقاومت فیلم گاز

$\frac{m'}{k_x}$  مقاومت فیلم مایع

$$\frac{1}{k_y} \gg \frac{m'}{k_x} \Rightarrow \frac{1}{K_y} \approx \frac{1}{k_y}$$

□ مثال: در عمل جذب آمونیاک توسط آب در یک برج دیواره مرطوب ضرایب محلی انتقال جرم برای فازهای گاز و مایع به ترتیب  $0.12 \text{ lbmol/ft}^2\text{hr}$  و  $8.1 \text{ lbmol/ft}^2\text{hr}$  است. در یک نقطه از برج آنالیز گاز نمونه نشان داد که مقدار (کسر مولی) آمونیاک در فاز گاز و مایع به ترتیب برابر 0.2 و 0.05 است. الف- غلظت‌های آمونیاک در فصل مشترک را محاسبه کنید. ب- ضرایب کل انتقال را برای فازهای گاز و مایع محاسبه نمایید. فرض کنید منحنی تعادل برای حلالیت آمونیاک در آب به صورت زیر است. (فشار  $1 \text{ atm}$  و دمای  $68^\circ \text{F}$ )



$$\text{slop} = \frac{-k_x}{k_y} = -\frac{8.1}{0.12} = -67.5$$

از نقطه P خطی با شیب محاسبه شده رسم می شود تا نقطه ای را روی منحنی قطع نماید نقطه M دارای مختصات (0.06, 0.051) است. این مختصات مقادیر کسرهای مولی فصل مشترک است.

$$y_{Ai} = m' x_{Ai} \Rightarrow 0.051 = m'(0.06) \Rightarrow m' = 0.85$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x} \Rightarrow K_y = 0.1185$$

❖ سوال: شار انتقال جرم را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m'k_y} + \frac{1}{k_x} \Rightarrow K_x = 0.101$$

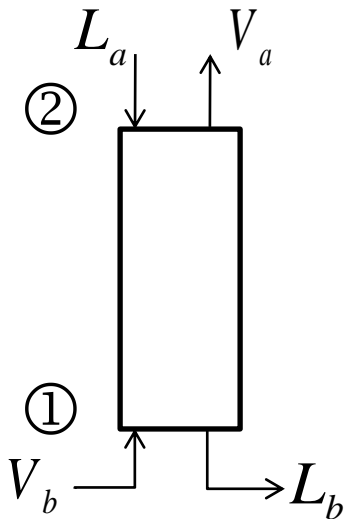


□ **تعادل در عملیات انتقال جرم:** تا زمانی که سیستم از تعادل دور است انتقال جرم انجام می گیرد. وقتی سیستم (دو فاز) به تعادل می رسند. شار انتقال جرم کاهش یافته (به صفر می رسد) حالت حد در انتقال جرم تعادل است.

□ **عملیات تعادلی مرحله به مرحله**

### ✓ سیستم های چند مرحله ای Multiple effect

در اکثر دستگاه های انتقال جرم فرآیند انتقال جرم در مراحل مجزا و به نوبت صورت می گیرد. در هر مرحله دو جریان (مایع- مایع گاز- مایع) در تماس با یکدیگر قرار گرفته چون جریان ها در حال تعادل با یکدیگر نیستند نیروی محرکه لازم برای انتقال جرم فراهم بوده و عملیات انجام می شود.



$b = \text{Bottom}$

فاز گاز  $V$

فاز مایع  $L$

کسر مولی در فاز مایع  $X$

کسر مولی در فاز گاز  $y$

جزیی که منتقل می شود  $A$  مثلاً  $y_A$  کسر مولی جزء  $A$  در گاز در عملیات انتقال جرم در حالت پایا دو جریان ورودی و دو جریان خروجی وجود دارد.

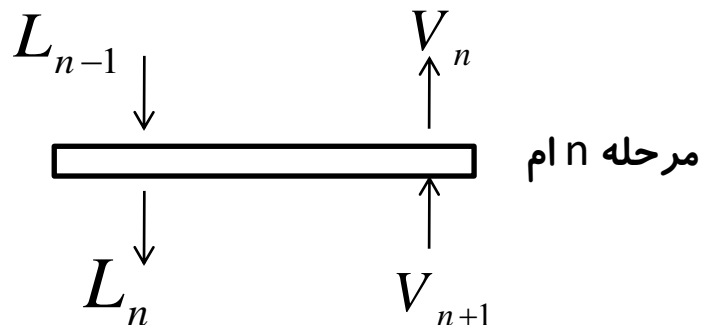
$L_a$  فاز مایع (  $L$  ) ورودی

$X_{A,a}$  کسر مولی  $A$  در مایع ورودی

$L_b$  فاز مایع خروجی

$V_b$  فاز گاز ورودی

یک فرآیند انتقال جرم ایده آل بدین صورت است که جریان های خروجی از هر مرحله در حال تعادل با یکدیگر باشند  $L_n$  و  $V_n$  در حال تعادل هستند در این حالت یک مرحله انتقال جرم ایده آل داریم. ولی معمولاً این طور نیست و اندکی از حالت تعادل انحراف دارند که بازده برای آن تعریف می شود.

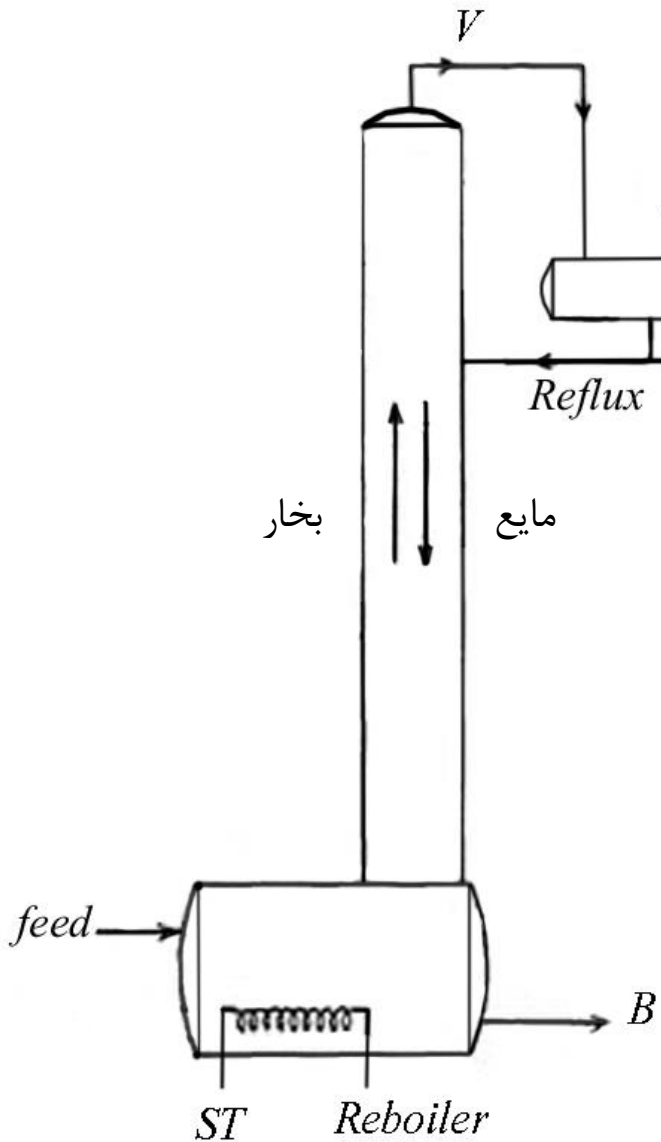


### □ تقطیر [پالایش] Stripping

در شکل مقابل یک واحد (برج) تقطیر به صورت پیوسته کار می کند نشان

داده شده است. Reboiler یا دیگ بخار پیوسته از خوراک تغذیه می شود و خوراک (بخشی) را به بخار تبدیل میکند. اما بخار حاوی دو جزء است و غلظت جزء فرارتر اندکی بالاتر از جزء دوم است اگر این بخار را میعان کنیم غلظت جزء فرارتر تفاوت اندکی با جزء دوم دارد. فقط در حالتی که فراریت اجزاء تفاوت زیادی با هم داشته باشند مایع کندانس شده خلوص بیشتری نسبت به جزء فرارتر خواهد داشت.

-در حالتی که فراریت نسبی اجزا نزدیک هم باشند چه باید کرد؟ به عنوان مثال ترکیباتی که ساختار شیمیایی نزدیک به هم دارند خواص فیزیکی نزدیک به هم نیز دارند.



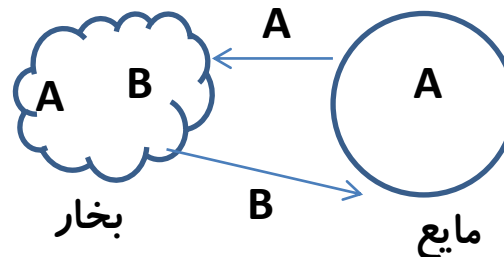
بخار را با مایعی که حاوی جزء فرارتر (زود جوش تر) است تماس می دهیم. این کار در یک برج تقطیر با جریان معکوس مایع از بالا (مایع برگشتی) انجام می شود. این مایع برگشتی از کندانس بخارات در بالای برج (کندانسور C) تامین می شود.

در قسمت فوقانی مایع در نقطه جوش است اگر جریان سرد باشد بخار آن را تا نقطه ی جوش گرم می کند.

گرمای تبخیر جزء فرارتر از گرمای میعان جزء دیر جوش تر تامین می شود.

غنی سازی جریان بخار داخل یک ستون در اثر تماس با مایع برگشتی را بازیابی (Rectification) گویند.

اگر آزنوتروپ تشکیل نشود می توان با یک برج بلند و مایع برگشتی زیاد بخار (محصول) تقریباً خالص بدست آورد.



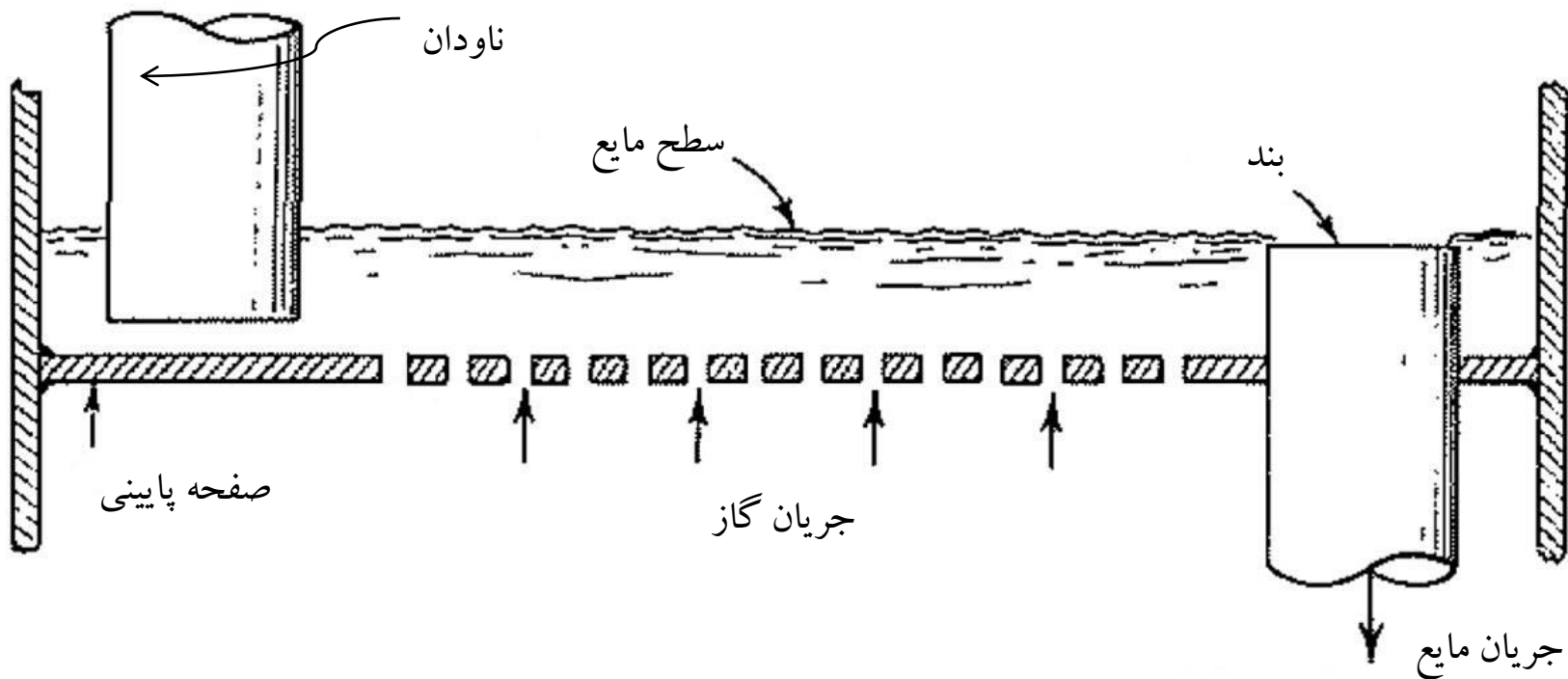
ته مانده از جزء دیر جوش تر غنی تر است. برای خالص سازی ته مانده یک مرحله تبادل اضافه می شود (استفاده از ربویلر (kettle type)

چگونه مایع و بخار را تماس دهیم؟

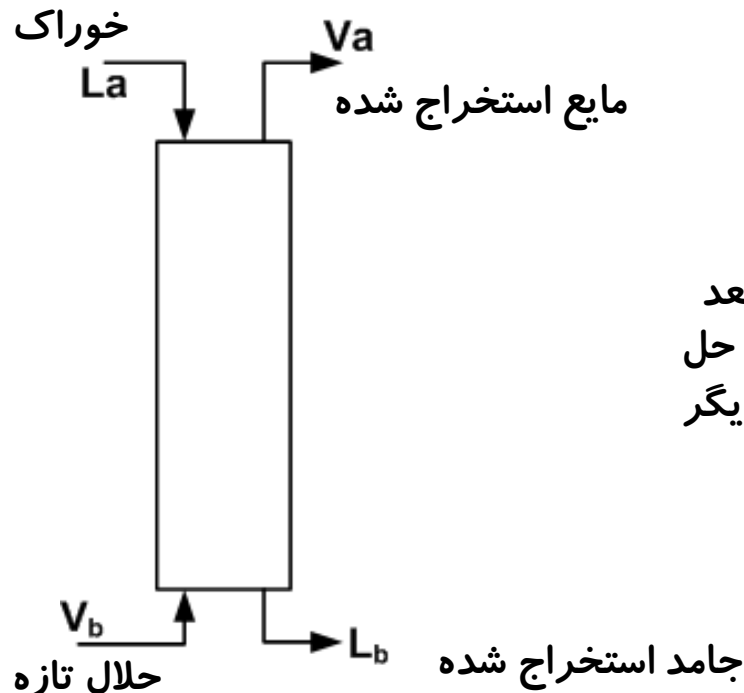
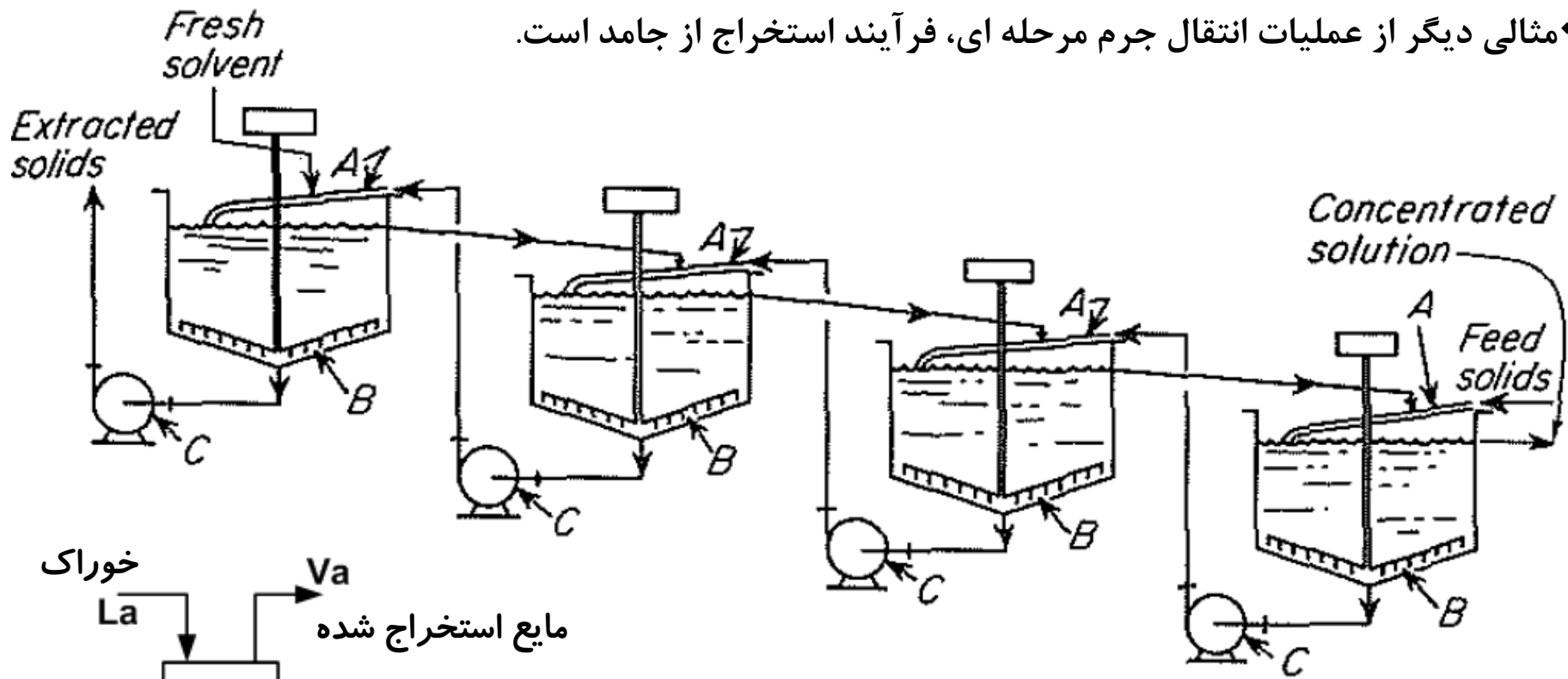
استفاده از سینی های غربالی sieveplate

قطر سوراخ هادر این سینی ها  $1/2$  تا  $1/4$  اینچ است. مانع یا بند: سطح مایع را در یک مقدار مشخص نگه می دارد.

❖ بخار از سوراخ ها حرکت کرده و در تماس با مایع قرار می گیرد سرعت بخار به حدی است که از نشت مایع از درون سوراخ ها جلوگیری شود. به دلیل ورود بخار مایع حالت توده کف مانند و در حال جوش دیده می شود. حباب ها در فضای بالای سینی ترکیده و قطرات مایع تشکیل می شوند این قطرات اکثرا به سطح مایع برگشته اما برخی به سینی های بالاتر حمل می شوند (عیب محسوب می شود) [ماندگی]



❖ مثالی دیگر از عملیات انتقال جرم مرحله ای، فرآیند استخراج از جامد است.



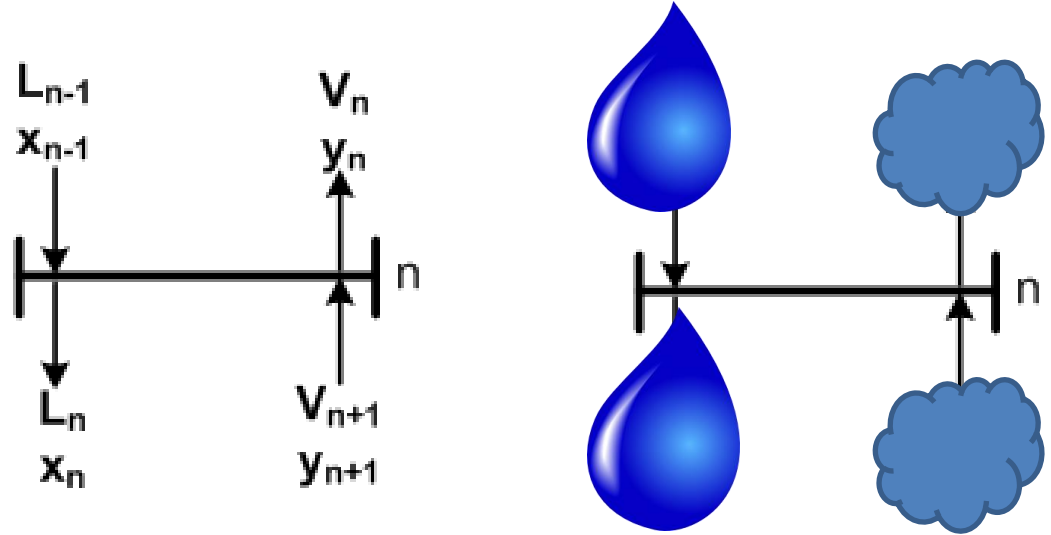
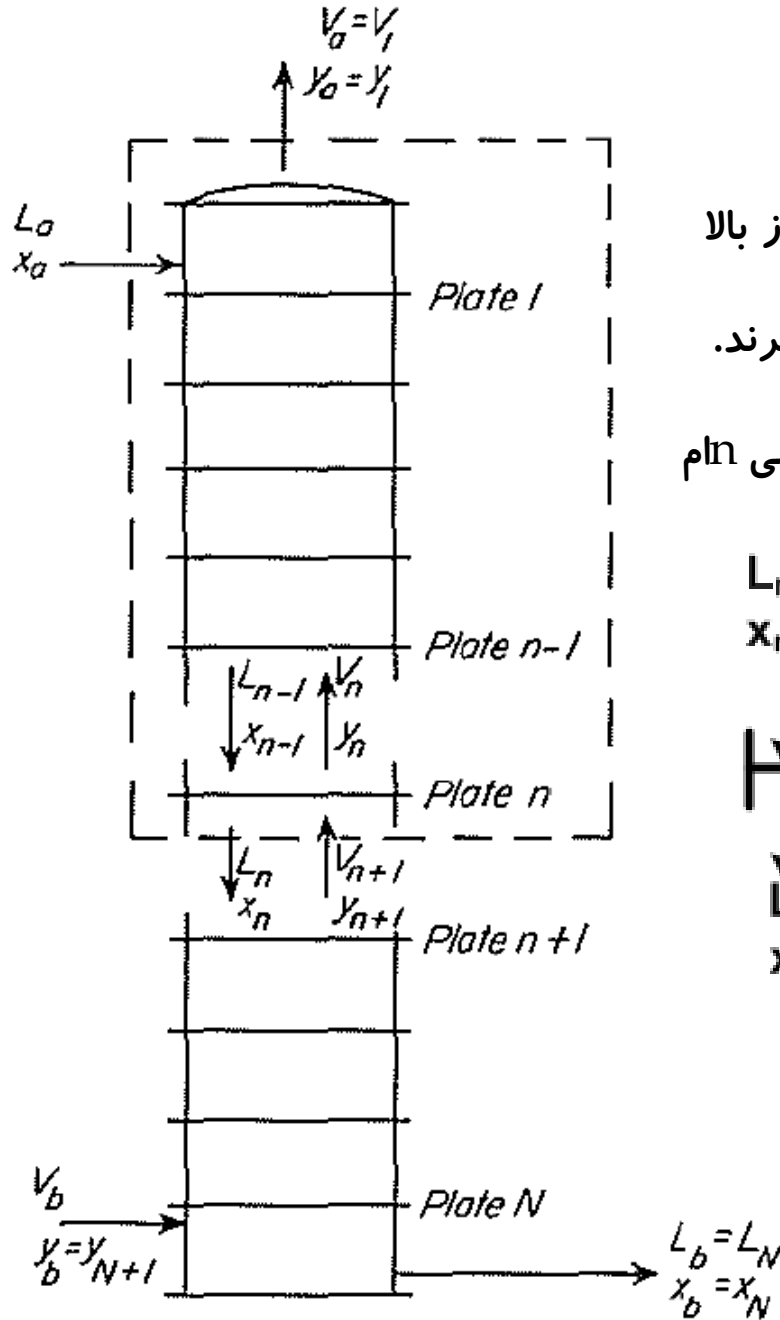
❖ جامد با حلال مخلوط می شود و جامد ته نشین شده و به مرحله ی بعد منتقل می شود. با انتقال مایع از یک واحد به واحد دیگر مایع از حل شونده غنی می شود و برعکس با انتقال جامد از یک واحد به واحد دیگر جامد از حل شونده تهی می گردد.  
جامد فاز  $V$  و مایع فاز  $L$  (در استخراج)

# محاسبات عملیات انتقال جرم مرحله ای

- موازنه ماده در یک برج سینی دار (برج تقطیر یا برج جذب)

- ۱- شماره گذاری از طرف جهت جریان فاز L انجام می شود L از بالا وارد می شود پس سینی بالایی ۱ است.
- ۲- جریان های ورودی و خروجی شماره ی سینی ها را به خود می گیرند.

$L_n$  جریان مایع خروجی از سینی n ام  $V_n$  جریان گاز خروجی از سینی n ام



$$L_a + V_{n+1} = L_n + V_a \quad \text{موازنه کل}$$

$$x_a L_a + V_{n+1} y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a \quad \text{موازنه گونه فرار}$$

مشابه این را برای گونه B می توانیم بنویسیم اما موازنه آن مستقل نیست.

□ موازنه آنتالپی:

$$L_a H_{l,a} + V_{n+1} H_{v,n+1} = L_n H_{l,n} + V_a H_{v,a}$$

$H_v$  و  $H_l$  آنتالپی برای فاز L و V است.

$$L_a H_{l,a} + V_b H_{v,b} = L_a H_{l,b} + V_a H_{v,a}$$

برای کل برج  $\longrightarrow$

### ❖ خط تبادل Operating line

اگر معادله موازنه ماده را مرتب نماییم:

$$L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a$$

در این معادله  $x_a$  و  $y_a$  ثابت هستند  $x_n$  و  $y_{n+1}$  متغیر هستند. اگر  $L_n$  و  $V_{n+1}$  در کل برج ثابت باشند اندیس n و n+1 حذف شده و معادله به صورت زیر در می آید.

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}}$$

که دارای شیب  $\frac{L}{V}$  است.

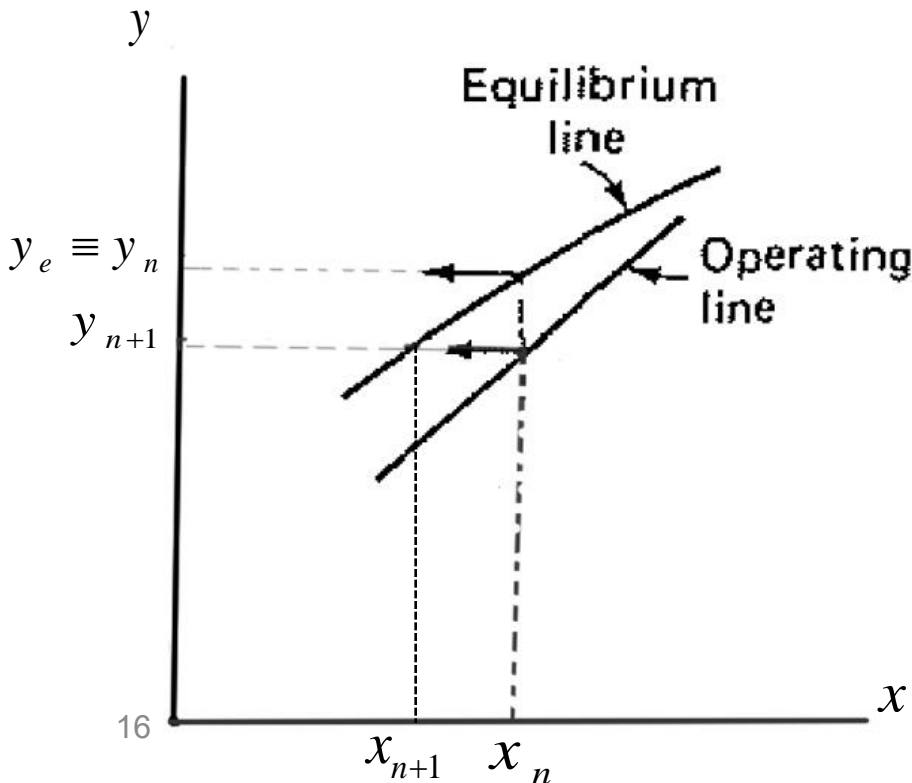
$x_a$  و  $y_a$  ترکیب انتهایی هستند (بالای برج)  $x_b$  و  $y_b$  ترکیب در پایین برج هستند که خط تبادل این دو را به هم متصل می کند.

$$y_{n+1} = \frac{L}{V} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V}$$

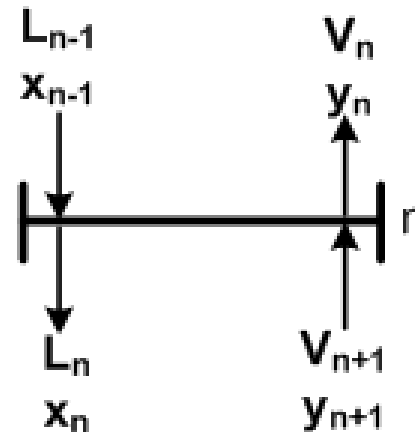
## ❖ چند نکته در مورد خط تبادل:

- ۱- اگر شدت جریان های گاز (بخار) و مایع در برج ثابت نباشند (از یک سینی به سینی دیگر تغییر نماید) خط تبادل به منحنی تبادل تبدیل می شود.
- ۲- از نقاط انتهایی و از موازنه ماده حول بخش های مختلف ستون برای یافتن چند نقطه میانی در زمانی که منحنی تبادل داریم استفاده می شود
- ۳- از خط (خطوط) تبادل و منحنی (خط) تعادل برای یافتن تعداد مراحل لازم برای انتقال جرم (تعداد سینی ها) استفاده میشود.
- ۴- موقعیت خط تبادل نسبت به منحنی تعادل نوع فرآیند (پالایش جذب دفع) را مشخص می کند
- ۵- منحنی تبادل و خط تبادل در یک مختصات که محور  $x$  کسر مولی جزء فرار در فاز مایع و  $y$  کسر مولی جزء فرار در فاز بخار است.

- ۶-  $x_e$  و  $y_e$  مقادیر تعادلی جزء فرار در فاز مایع و بخار برای منحنی تبادل است.  
اختلاف  $y_e - y_{n+1}$  نیروی محرکه انتقال جرم است.

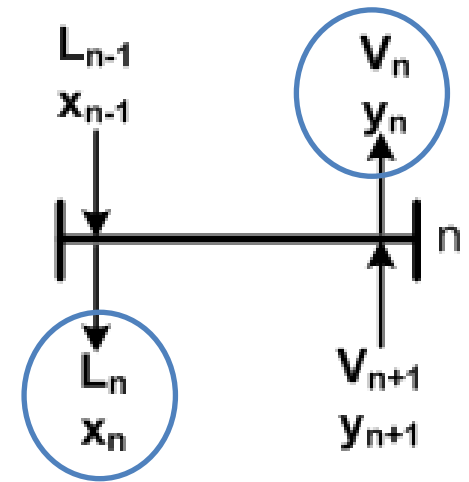
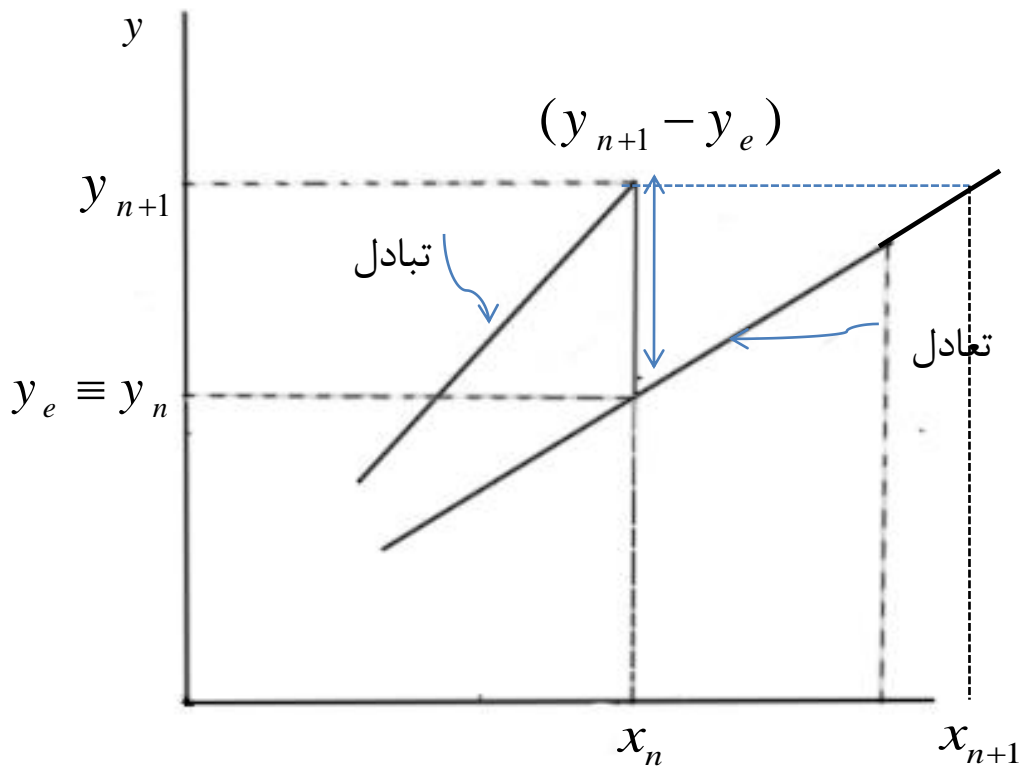


□ خطوط تبادل و تعادل در فرآیند های مختلف



پالایش  $y_n > y_{n+1}$





جذب  $y_{n+1} > y_n$

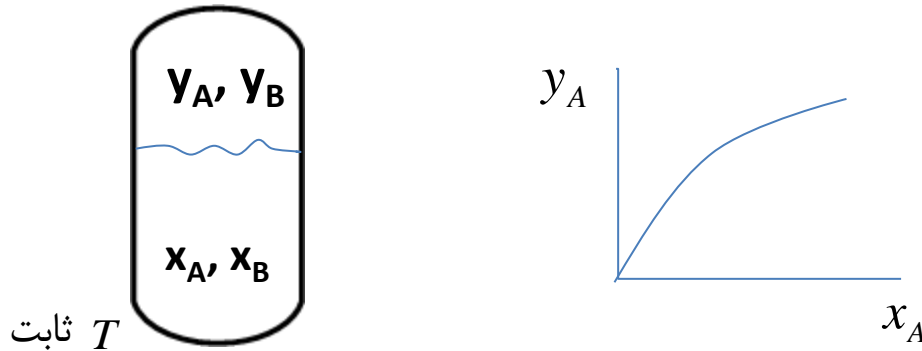
$$y_{n+1} = \frac{L}{V} x_n + K$$

معادله خط تبادل

سوال: در مورد شیب خط تبادل چه می توان گفت و چه اهمیتی دارد؟

شیب خط تبادل را می توان تغییر داد زیرا با تغییر  $L/V$  می توان شیب را تغییر داد هرچه شیب خط تبادل نسبت به تعادل اختلاف بیشتری داشته باشد نیرو محرکه انتقال جرم بیشتر می شود.

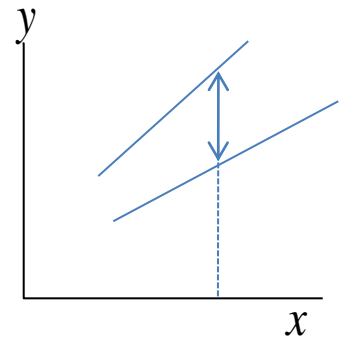
خط تعادل یا منحنی تعادل از آزمایشات ترمودینامیکی حاصل می شود و دست ما نیست و به طبیعت مواد بستگی دارد.



اما تا کجا می توان شیب را تغییر داد؟

فاکتور های اقتصادی تعیین کننده هستند. مثلا در جذب هرچه شیب خط تبادل نسبت به تعادل بیشتر باشد نیروی محرکه نسبتا بزرگی در انتهای ستون ایجاد می شود.

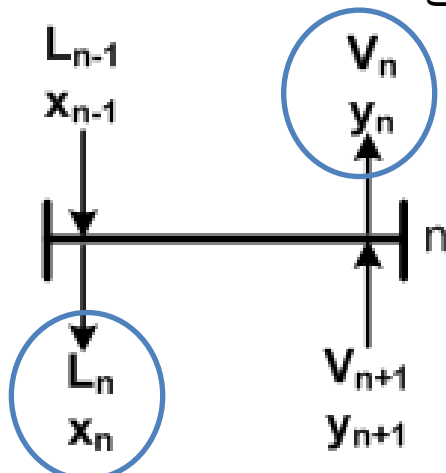
شیب خط تبادل معمولا در تمام ستون یکسان نیست به عبارتی خط تبادل تقریبا منحنی شکل است.



□ یک مرحله ایده آل از انتقال جرم:

در مرحله ایده آل جریان های خروجی از هر سینی در حال تعادل با یکدیگر هستند اما در عمل این طور نیست لذا برای هر مرحله (سینی) یک بازده تعریف می شود.

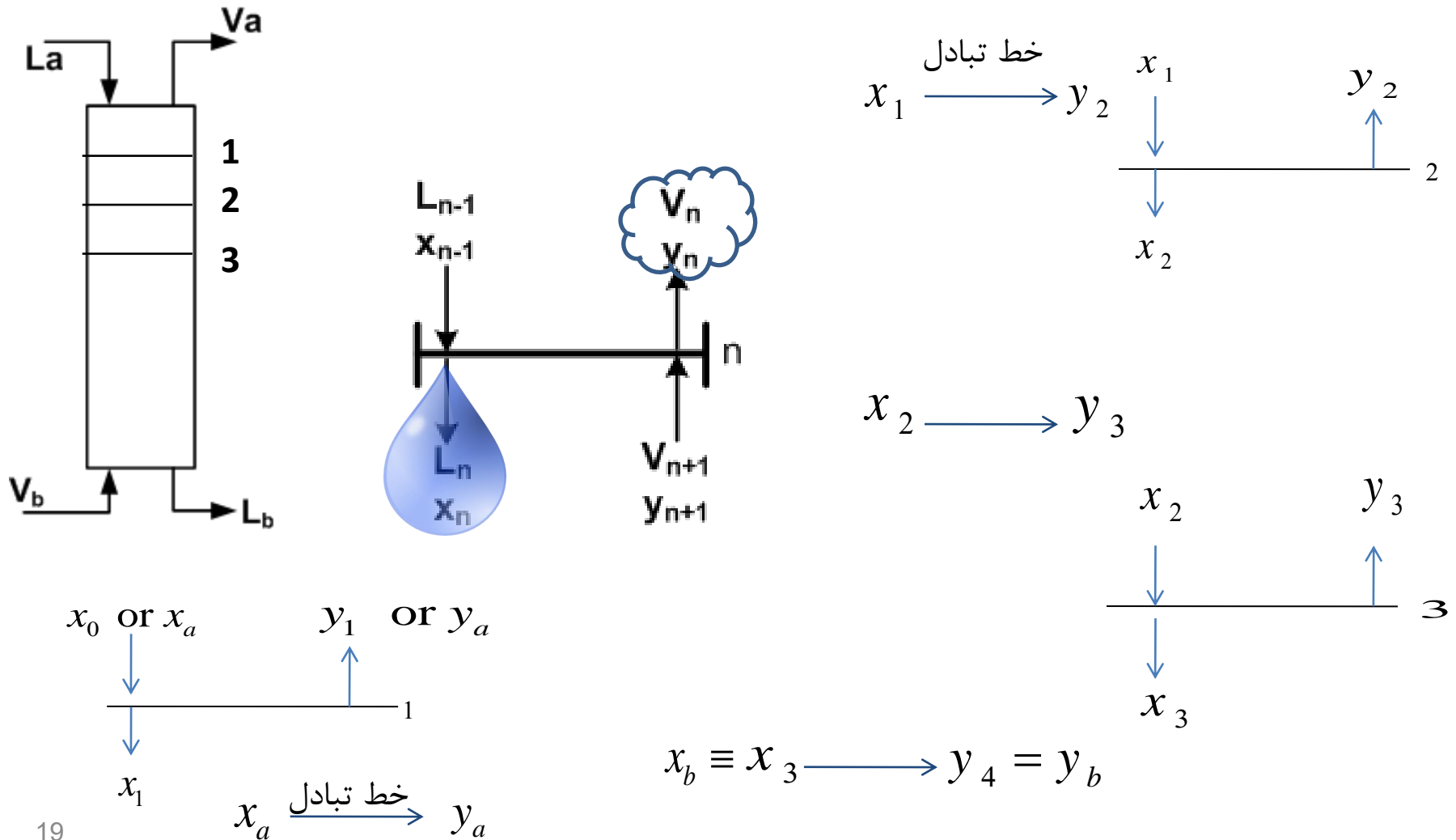
تعداد مراحل واقعی بیشتر از مراحل ایده آل است.



(بازده) (واقعی) = ایده آل

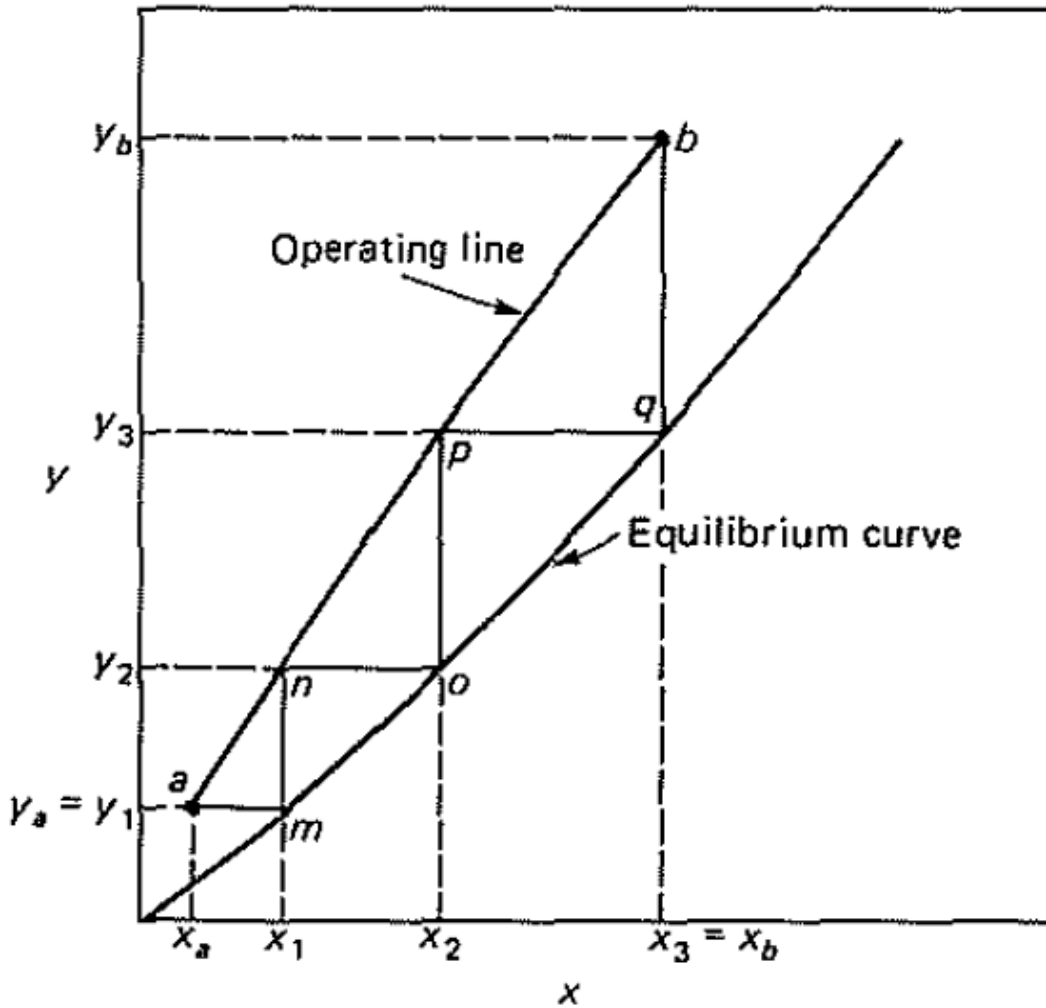
## ➤ تعیین تعداد مراحل ایده آل :

از روش گرافیکی با در دست داشتن خط تعادل و تبادل می توان تعداد مراحل ایده آل مورد نیاز برای رسیدن از یک غلظت (کسر مولی) ( $x_a$  تا  $x_b$ ) یا ( $y_a$  تا  $y_b$ ) استفاده کرد. اگر تعداد مراحل ایده آل محاسبه شوند و بازده هر سینی هم در دسترس باشد. (بازده از مفاهیم انتقال جرم محاسبه می شود) تعداد مراحل واقعی قابل محاسبه است. مثالی از جذب گاز را در نظر می گیریم.



هدف رسیدن از  $y_1$  (یا  $y_a$ ) به  $y_b$  است. گاز خروجی از مرحله ۱ (بالای ستون) دارای کسر مولی  $y_1$  است چون از سینی اول خارج شده است. آن را روی خط تبادل معلوم می کنیم. چون  $y_1$  در حال تعادل با مایع خروجی از سینی اول ( $x_1$ ) است پس اگر افقی حرکت کنیم و به منحنی تعادل برسیم غلظت  $x_1$  معلوم می شود.

با داشتن غلظت  $x_1$  و معادله خط تبادل غلظت فاز گاز خروجی از سینی دوم محاسبه می شود (زیرا  $x_1$  به سینی دوم وارد می شود) لذا از روی منحنی تعادل به خط تبادل عمود کرده و  $y_2$  را محاسبه می کنیم. یعنی از  $y_1$  به  $y_2$  رسیدیم یعنی اینکه یک مرحله انتقال جرم انجام شده است. پس یک سینی داریم. به همین صورت ادامه داده تا به غلظت دلخواه  $y_b$  برسیم. با شمارش پله های ایجاد شده تعداد مراحل ایده آل محاسبه می گردد.



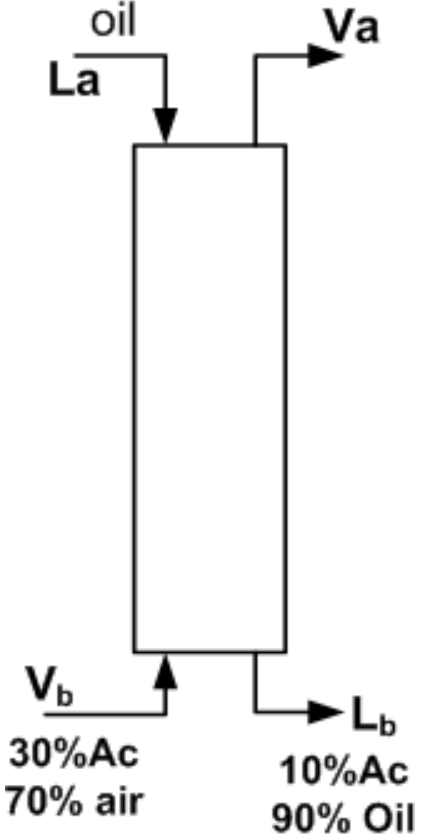
از هر دو انتهای برج می توان محاسبه را شروع کرد معمولا تعداد پله ها با غلظت های انتهایی (کسر مولی ها) به طور دقیق مطابقت ندارد ولی می توان از گرد کردن عدد به نزدیک ترین عدد استفاده کرد.

این روش اولین بار توسط مک کیب - تیلی برای تعداد مراحل مورد نیاز برای یک برج پالایش استفاده شد.

McCabe W.L, Thiele E.W., *Ind.Eng.Chem.*, 1925, 17, 605.

مثال ۱-۱۷: در ستون سینی دار استن از مخلوط استن-هوا با روغن جاذب و غیر فراری جذب می شود. گاز ورودی دارای ۳۰ درصد مولی استن بوده و روغن ورودی استن ندارد. هدف جذب ۹۷٪ استن موجود در هوا می باشد بطوریکه در خروجی برج غلظت استن ۱۰٪ مولی باشد رابطه تعادلی به صورت  $y = 1.9x$  است. خط تبادل را رسم کرده و تعداد مراحل ایده آل را تعیین کنید.

حل: برای حل تمام مسائل انتقال جرم ابتدا موازنه ماده را بررسی می کنیم



$$y_b = 0.3 \quad x_a = 0$$

$$x_b = 0.1 \quad y_a = ?$$

چون هیچ جریانی مشخص نیست یک جریان را مبنا می گیریم:

$V_b = 100 \text{ mol}$  مبنا:

$$n_{AC}^{V_b} = 30 \text{ mol}$$

$$n_{AC}^{L_b} = (0.97)(30) = 29.1 \text{ mol Aceton in } L_b$$

$$n_{air}^{V_a} = 70$$

$$n_{AC}^{V_a} = 30 - 29.1 = 0.9 \Rightarrow y_a^{V_a} = \frac{0.9}{70 + 0.9} = 0.0127$$

برای یافتن معادله خط تبادل باید مقادیر جریان ها را محاسبه کنیم  $(V_a, L_b, L_a)$   
 از موازنه ماده استفاده می کنیم :

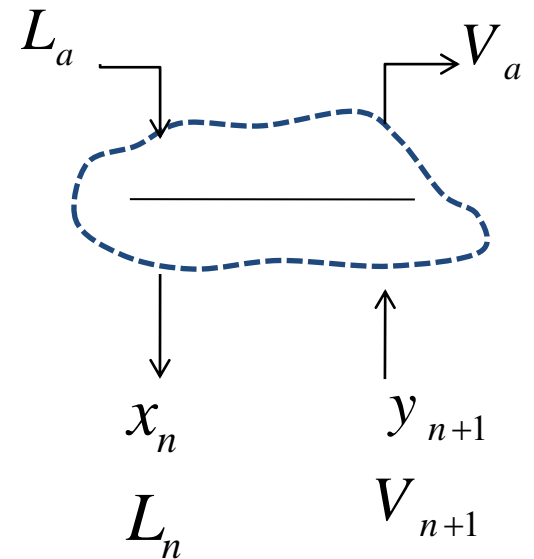
$$n_{AC}^{L_b} = 0.1L_b \Rightarrow 29.1 = 0.1L_b \Rightarrow L_b = 291 \text{ mol}$$

$$n_{oil}^{L_b} = L_a = 0.9L_b \Rightarrow L_a = (0.9)(291) = 261.9 \text{ mol}$$

$$V_b = 100 \text{ mol}$$

$$30 = (0.0127)(V_a) + (0.1)(291) \Rightarrow V_a = 70.87 \text{ mol}$$

خط تبادل را رسم می کنیم. برای رسم منحنی تبادل نقاط ابتدایی و انتهایی مشخص است اما نیاز به نقاط میانی است.



$$La = 261.9$$

نقطه اول : فرض می کنیم در نقطه ای از برج ۱۰ مول استن در فاز گازمانده باشد

$$n_{AC}^{La} = 0$$

$$Va = 70.87$$

$$n_{AC}^{Va} = 0.9$$

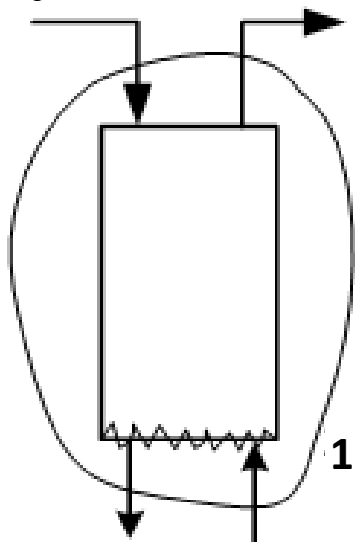
$$n_{AC}^{L,1} = 10 - 0.9 = 9.1$$

موازنه استن

$$x = \frac{9.1}{261.9 + 9.1} = 0.0336$$

مختصات نقطه اول

0.0336
0.125



$$n_{AC}^{L,1} = ?$$

$$n_{AC}^{G,1} = 10$$

$$n_{air}^{G,1} = 70$$

$$\Rightarrow y = \frac{10}{10 + 70} = 0.125$$

نقطه دوم : فرض می کنیم در نقطه ای از برج ۲۰ مول استن در فاز گازمانده باشد

$$La = 261.9$$

$$Va = 70.87$$

$$n_{AC}^{La} = 0$$

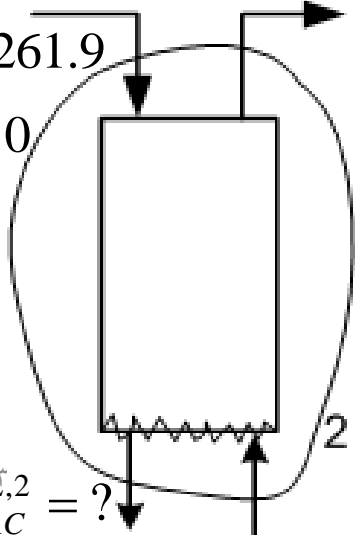
$$n_{AC}^{Va} = 0.9$$

$$n_{AC}^{L,2} = 20 - 0.9 = 19.1$$

$$x = \frac{19.1}{261.9 + 19.1} = 0.068$$

مختصات نقطه دوم

0.068
0.222



$$n_{AC}^{L,2} = ?$$

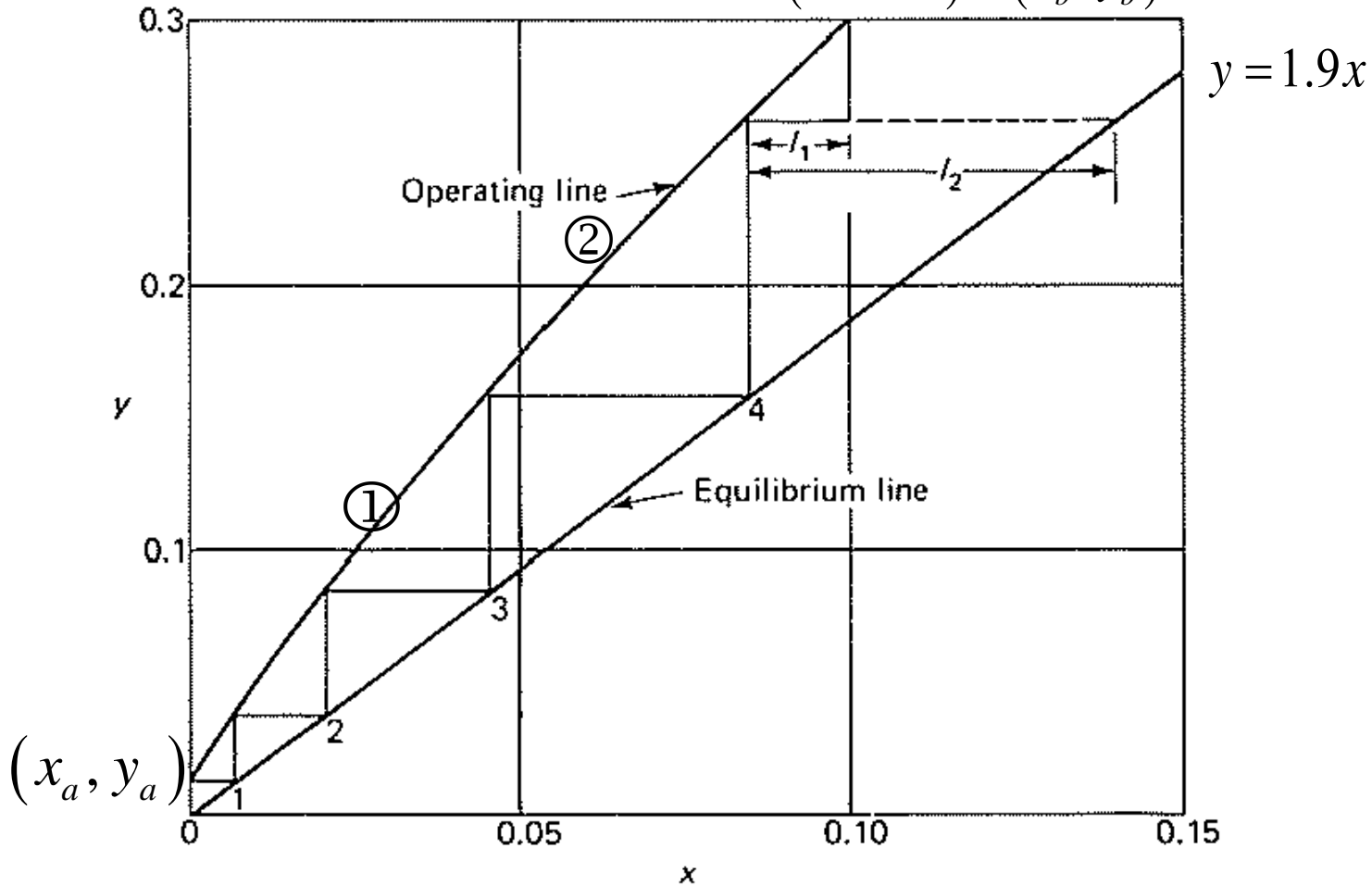
$$n_{AC}^{G,2} = 20$$

$$n_{air}^{G,2} = 70$$

$$\Rightarrow y = \frac{20}{20 + 70} = 0.222$$

با استفاده از این نقاط میانی مقادیر  $x$  و  $y$  را برای منحنی تبادل محاسبه می کنیم مهم نیست از کدام سینی ها باشد.

$$(0.1, 0.3) \equiv (x_b, y_b)$$



با رسم مراحل مشخص می شود که نیاز به 4 مرحله کامل و یک مرحله جزئی است این مقدار جزئی برابر است با 0.33 لذا تعداد مراحل ایده آل مورد نیاز 4.33 است.

$$\frac{l_1}{l_2} = 0.33$$



## روش ضریب جذب برای محاسبه تعداد مراحل ایده آل: (جذب گاز)

وقتی خطوط تبادل و تعادل در محدوده غلظتی  $x_a$  تا  $x_b$  مستقیم باشند (منحنی نباشند) می توان از روش فرمولی برای یافتن تعداد مراحل ایده آل استفاده کرد و نیاز به ترسیم گرافیکی نیست. فرض کنید معادله خط تعادل به صورت زیر باشد.

$$y_e = mx_e + B$$

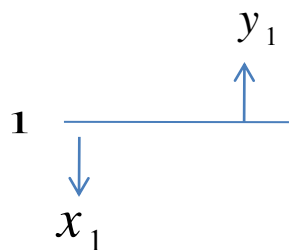
$$y_n = mx_n + B$$

طبق تعریف  $B$  و  $m$  ثابت هستند برای مرحله  $n$  داریم. معادله خط تبادل به صورت زیر است.

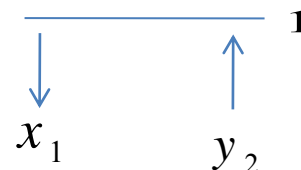
$$y_{n+1} = \frac{L}{V}x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V} \quad V_a = V$$

$$y_{n+1} = \frac{L}{Vm}(y_n - B) + y_a - \frac{L_a}{V}x_a \quad A = \frac{L}{mV} \quad \text{ضریب جذب}$$

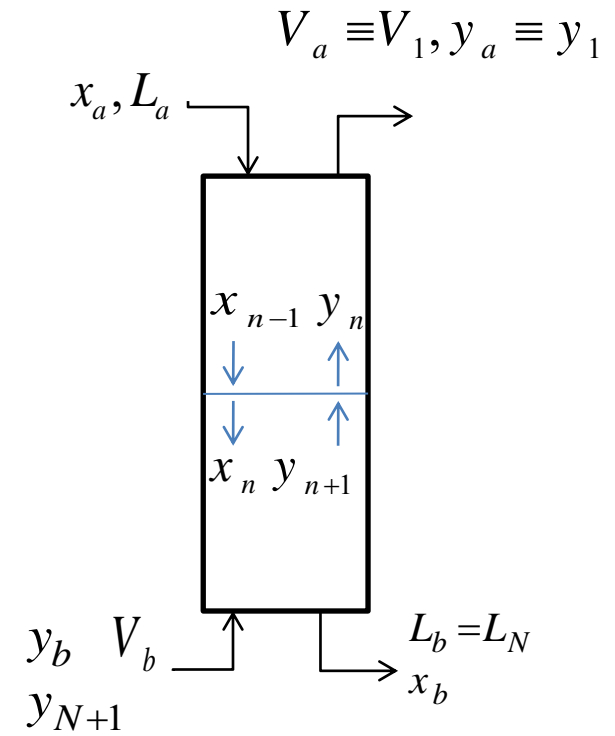
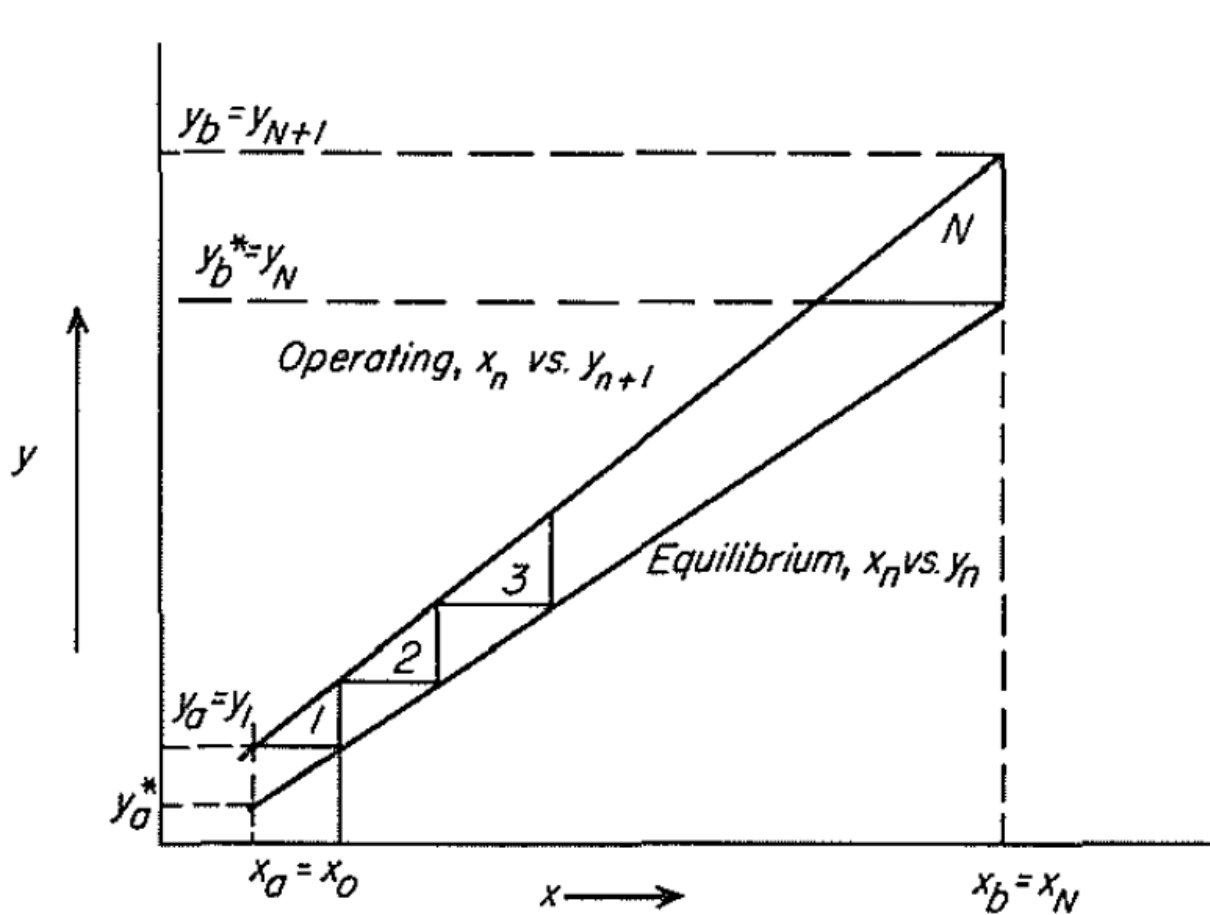
$$y_{n+1} = A(y_n - B) + y_a - Amx_a = Ay_n - A \underbrace{(mx_a + B)}_{y_a^*} + y_a$$



خط تعادل این دو را به هم مرتبط می کند



خط تبادل این دو را به هم مرتبط می کند



$x_a$  غلظت حل شونده در فاز  $L$  ورودی است اگر این غلظت را در معادله خط تعادل قرار دهیم غلظت تعادلی معادل با آن در فاز گاز محاسبه می شود که آن غلظت را با  $y_a^*$  نشان می دهیم.

$$y_{n+1} = Ay_n - Ay_a^* + y_a \Rightarrow y_2 = Ay_a - y_a^* + y_a = y_a(1+A) - Ay_a^*$$

برای  $n=1$  داریم

$$y_1 = y_a$$

برای مرحله دوم  $n=2$

$$\begin{aligned}y_3 &= Ay_2 - y_a^* + y_a \\ &= A(Ay_a - Ay_a^* + y_a) - Ay_a^* + y_a = A^2y_a - A^2y_a^* + Ay_a - Ay_a^* + y_a \\ &= y_a(A^2 + A + 1) - y_a^*(A^2 + A) = y_a(1 + A + A^2) - y_a^*(A^2 + A)\end{aligned}$$

برای مرحله  $n$ ام

$$y_{n+1} = y_a(1 + A + A^2 + \dots + A^n) - y_a^*(A + A^2 + \dots + A^n) \quad y_{n+1} = y_b \quad \text{در مرحله } n \text{ ام}$$

$$y_b = y_a(1 + A + \dots + A^n) - y_a^*(A + \dots + A^n)$$

هر کدام از سری های داخل پرانتز یک سری هندسی هستند که مجموع آنها به صورت  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  است. که  $a_1$  جمله اول

$$r = \frac{A}{1} = A \quad a_1 = A$$

=نسبت هر جمله به جمله قبل

$$y_b = y_a \frac{1 - A^{N+1}}{1 - A} - y_a^* A \frac{1 - A^N}{1 - A}$$

علت اینکه عبارت اول  $A^{N+1}$  شد این است که فرمول عمومی دنباله داده شده برای پرانتز دوم است. و برای پرانتز اول

است. این را می توان با  $n=1$  تست کرد. که همان عبارت اول است.  $a_1 \frac{(1-r^{n+1})}{1-r}$

$$y_b = y_a \frac{1-A^2}{1-A} - y_a^* A \frac{1-A}{1-A} = y_a(1+A) - y_a^* A$$

معادله بدست آمده در بالا را معادله کرمسر (*Kremser*) گویند.

ساده سازی معادله کرمسر:

$$y_{N+1} = y_b = Ay_N - Ay_a^* + y_a$$

داریم

$$y_N = y_b^* , y_{N+1} = y_b$$

چون  $y_b^*$  غلظت تعادلی معادل با  $x_b$  است. در شکل نشان داده شده است.

$$y_b = Ay_b^* - Ay_a^* + y_a \Rightarrow y_a = y_b - A(y_b^* - y_a^*)$$

$$y_a - y_b = -A(y_b^* - y_a^*) \Rightarrow A = \frac{y_b - y_a}{y_b^* - y_a^*}$$

لذا

$$y_b(1-A) = y_a(1-A^{N+1}) - y_a^* A + y_a^* A^{N+1}$$

معادله کرمسر:

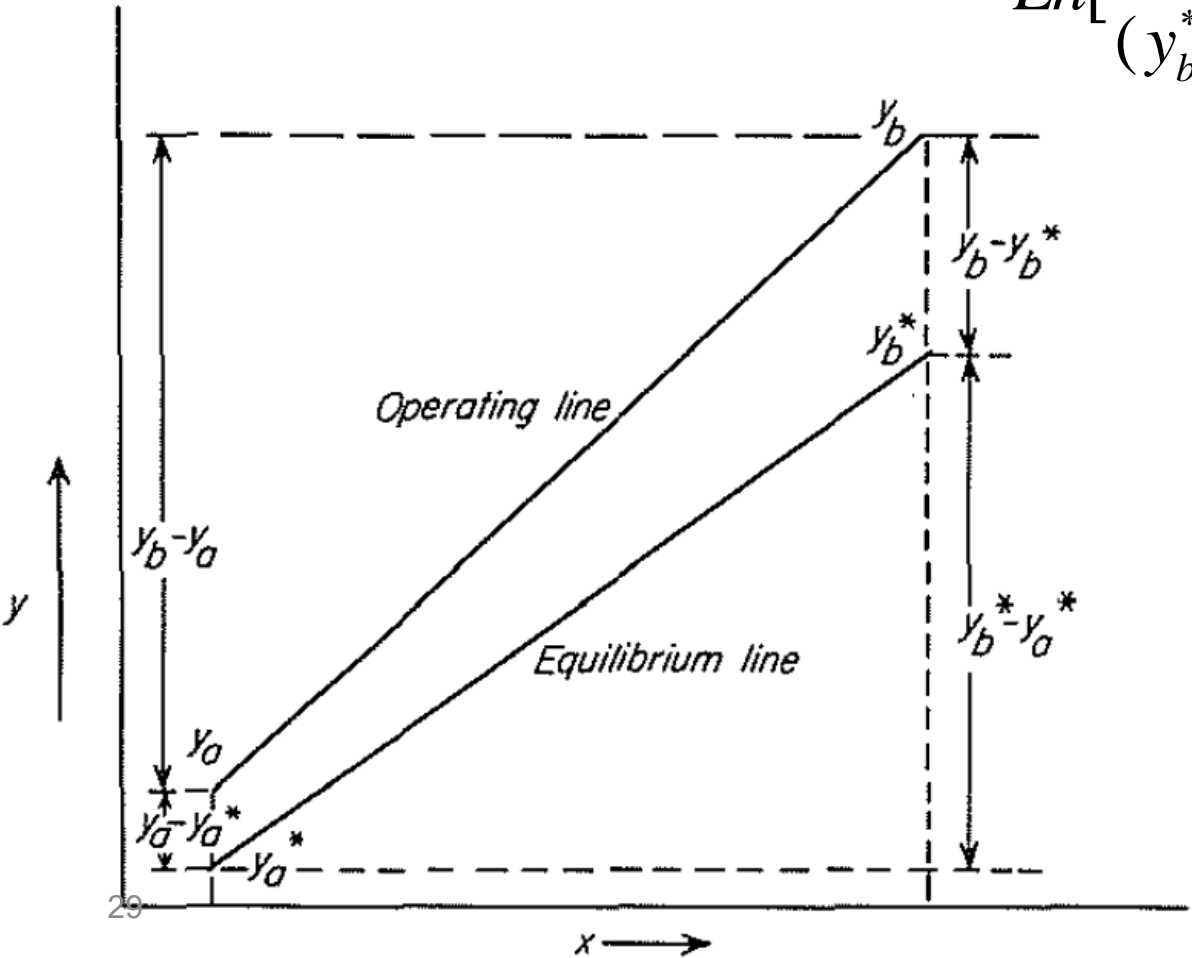
$$y_b - y_b A = y_a - y_a A^{N+1} - y_a^* + y_a^* A^{N+1} = A^{N+1}(y_a^* - y_a) - y_a^* A + y_a$$

$$A^{N+1}(y_a - y_a^*) = A(y_b - y_a^*) + (y_a - y_b)$$

$$A^{N+1}(y_a - y_a^*) = A(y_b - y_a^*) - A(y_b^* - y_a^*) \Rightarrow A^N(y_a - y_a^*) = y_b - y_a^* - y_b^* + y_a^*$$

$$A^N(y_a - y_a^*) = y_b - y_b^*$$

$$N = \frac{\text{Ln}[(y_b - y_b^*)/(y_a - y_a^*)]}{\text{Ln}A} = \frac{\text{Ln}[(y_b - y_b^*)/(y_a - y_a^*)]}{\text{Ln}\left[\frac{(y_b - y_a)}{(y_b^* - y_a^*)}\right]}$$



نمایش گرافیکی اختلاف کسر مولی ها

$$A = \frac{\text{شیب خط تبادل}}{\text{شیب خط تعادل}} = \frac{(y_b - y_a) / \Delta x}{(y_b^* - y_a^*) / \Delta x}$$

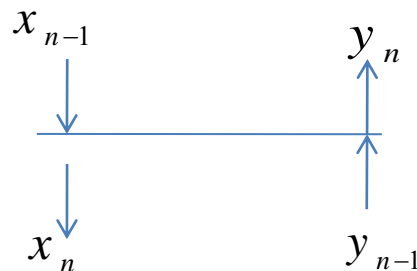
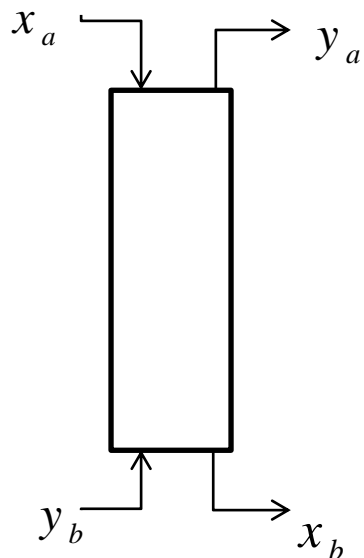
اگر خطوط تبادل و تعادل موازی باشند مقدار  $A$  برابر ۱ می شود و معادله بدست آمده برای  $N$  نامعین می شود در این حالت تعداد مراحل برابر است با نسبت تغییرات غلظت کل بر نیرو محرکه انتقال جرم

در طراحی ستون جذب سرعت مایع ( $L$ ) بصورتی انتخاب می شود که شیب خط تبادل بیشتر از خط تعادل باشد تا ضریب جذب بزرگتر از ۱ شود  $A$  زمانی کمتر از ۱ خواهد شد که بیشتر از چند جزء قابل جذب در سیستم داشته باشیم.

$$N = \frac{y_b - y_a}{y_a - y_b^*} = \frac{y_b - y_a}{y_b - y_b^*}$$

□ - محاسبه تعداد مراحل با در نظر گرفتن فاز مایع ( $L$ ) [محاسبه تعداد مراحل در حالت دفع گاز]

برای حالت دفع خط تعادل بالاتراز خط تبادل قرار گرفته است.



در دفع  $x_a > x_b$  ابتدا بالاست و رفته رفته در طول ستون کاهش می یابد  $\bullet$  دفع شبیه پالایش است

□ معادله کرمسر بر حسب X

$$N = \frac{\text{Ln}[(x_a - x_a^*) / (x_b - x_b^*)]}{\text{Ln}[(x_a - x_b) / (x_a^* - x_b^*)]} = \frac{\text{Ln}[(x_a - x_a^*) / (x_b - x_b^*)]}{\text{Ln}S}$$

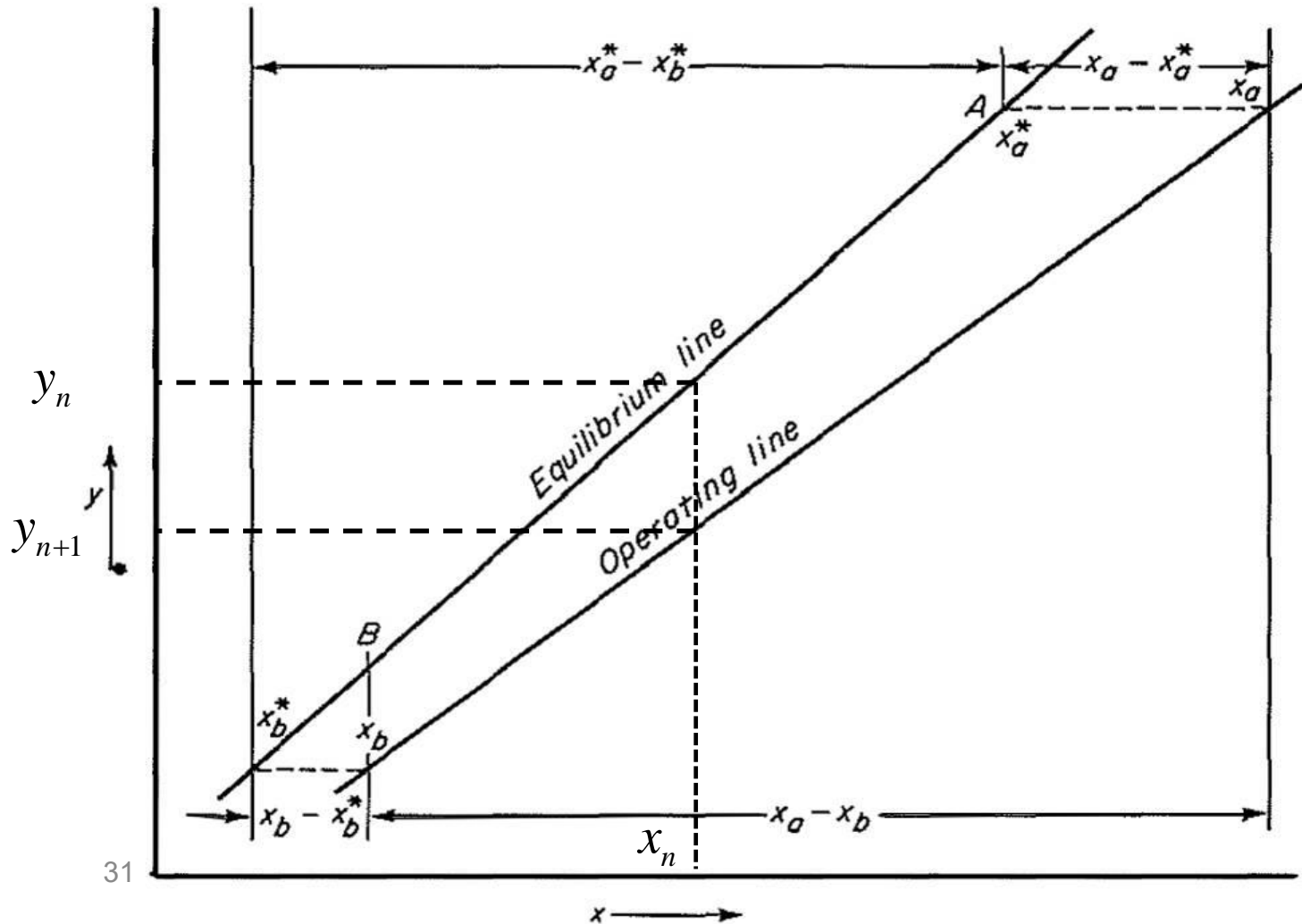
X\*: غلظت تعادلی مطابق با y

S: ضریب بازیابی

$$S = \frac{1}{A} = \frac{mV}{L}$$

$$y_n \succ y_{n+1}$$

$$x_a \succ x_b$$



❖ ضریب باز یابی برابر نسبت شیب خط تعادل به شیب خط تبادل است. شرایط طوری انتخاب می شود که  $S > 1$  باشد.  $N$  را بر حسب ضریب باز یابی می توان به صورت زیر بیان کرد.

$$S^N = \frac{x_a - x_a^*}{x_b - x_b^*} \quad \text{فرم دیگر معادله کرمسر بر حسب } x$$

□ مثال: آمونیاک از محلول آبی رقیق در ستونی با هفت سینی غربالی از طریق تماس معکوس با هوا باز یابی می شود رابطه تعادلی  $y = 0.8x$  است و وقتی جریان مولی هوا 1.5 برابر جریان محلول باشد ۹۰٪ آمونیاک بازیابی می شود الف: تعداد مراحل ایده آل برج و بازده چقدر است؟ ( $N$ )  
ب: اگر سرعت هوا به ۲ برابر سرعت محلول افزایش یابد و  $N$  ثابت باشد چند درصد از آمونیاک از محلول خارج میشود؟

$$S = \frac{mV}{L} = \frac{(0.8)(1.5)L}{L} = 1.2$$

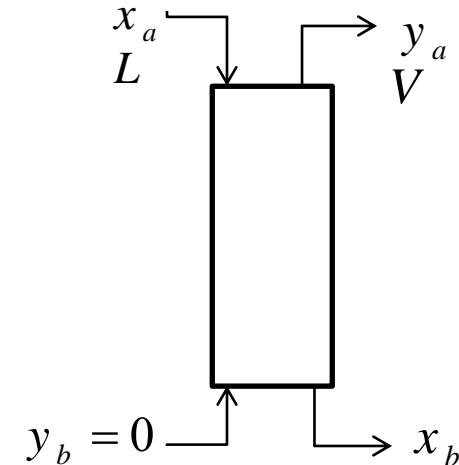
حل: چون ۹۰٪ ورودی بازیابی میشود پس ۱۰٪ آن در خروجی می ماند پس:

سوال: چطور؟  $x_b = 0.1x_a$

موازنه آمونیاک:  $x_a L = x_b L + y_a V$

$$x_a L = 0.1x_a L + y_a V \Rightarrow 0.9x_a L = y_a V \Rightarrow$$

$$y_a = 0.9 \frac{L}{V} x_a$$



آمونیاک در هوا وجود ندارد  $x_b^* = 0$



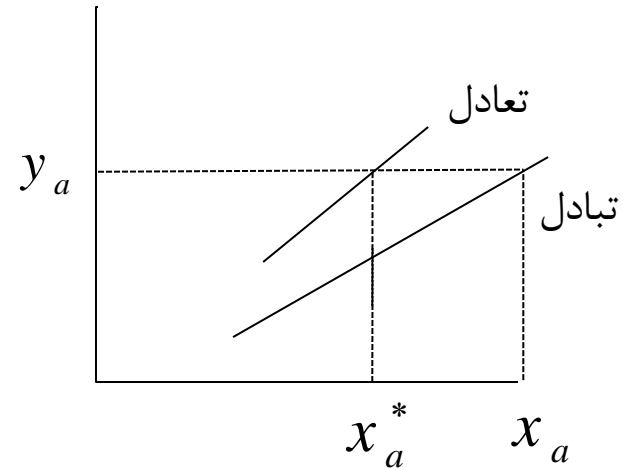
$$y_a = (0.9)\left(\frac{L}{1.5L}\right)x_a = 0.6x_a \quad \text{معادله خط تبادل}$$

$$\text{تعادل: } y_a = 0.8x_a^*$$

$$\text{تبادل: } y_a = 0.6x_a$$

$$0.8x_a^* = 0.6x_a \Rightarrow x_a^* = \frac{0.6}{0.8}x_a$$

$$x_a^* = 0.75x_a$$



$$N = \frac{\text{Ln}[(x_a - x_a^*) / (x_b - x_b^*)]}{\text{Ln}S} = \frac{\text{Ln}[(x_a - 0.75x_a) / (0.1x_a - 0)]}{\text{Ln}(1.2)}$$

$$N = 5.02$$

تعداد مراحل ایده آل برابر 5.02 محاسبه شد. اما برج دارای هفت سینی است. لذا

$$\text{بازده} = \frac{5.02}{7} \times 100 = 72\%$$

ب-  $V=2L$

$$S = \frac{mV}{L} = (0.8)(2) = 1.6$$

$$S^N = \frac{x_a - x_a^*}{x_b - x_b^*} \Rightarrow N \text{Ln}S = \text{Ln} \frac{x_a - x_a^*}{x_b - x_b^*}$$

$$5.02Ln(1.6) = Ln \frac{x_a - x_a^*}{x_b} \Rightarrow \frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 10.59$$

فرض می کنیم آکسری از آمونیاک باشد که از محلول خارج شده است لذا:

$$x_b = (1-f)x_a$$

$$x_a L = (1-f)x_a L + y_a V$$

موازنه ماده حول برج:

$$x_a L = x_a L - f x_a L + y_a V \Rightarrow f x_a L = y_a V$$

$$\Rightarrow y_a = \frac{L}{V} f x_a = \frac{L}{2L} f x_a = \frac{1}{2} f x_a$$

$$y_a = 0.8 x_a^*$$

معادله خط تبادل

$$y_a = \frac{1}{2} f x_a$$

حال غلظت تعادلی را محاسبه می کنیم :

$$\frac{1}{2} f x_a = 0.8 x_a^* = \frac{0.5}{0.8} f x_a = 0.625 f x_a$$

$$x_a - 0.625 f x_a = (10.59)(1-f)x_a \Rightarrow 1 - 0.625f = 10.59(1-f) \quad \boxed{f = 0.962}$$

❖ به عبارتی 96.2% از آمونیاک ورودی بازیابی می شود (دفع می شود) سرعت گاز افزایش یابد  $\frac{L}{V}$  کاهش می یابد که همان شیب خط تبادل است.

نکته: شیب خط تبادل عوض شده است اما  $N$  که تعداد پله هاست را ثابت نگه داشتیم بنابراین  $x_b$  باید تغییر میکرد

$$\text{قبل } x_b = 0.1x_a$$

$$\text{جدید کوچکتر شده است } x_b = (1 - 0.962)x_a = 0.038x_a$$

